Concursul interjudețean de matematică
„Louis Funar”, ediția a V-a
Craiova, 18.11.2006

Clasa a VIII-a

A. 1. Există numere $n \in \mathbf{Z}$ astfel încât $n-2006$ şi $n+2006$ să fie pătrate perfecte? *(Gheorghe Stoica)*

A. 2. Se consideră $A \subset \mathbf{N}$ o mulțime cu 7 elemente şi $k \in \mathbf{N}^*$. Arătați că ecuația $4x^2-4ax+b^2+10k = 0$, unde $a,b \in A$, $a \neq b$, poate avea două rădăcini egale. *(Gheorghe Stoica)*

A. 3. Fie ABCD pătrat, $AA' \perp (ABC)$, astfel încât $AA' = AB = a$ şi M mijlocul lui [AB]. Calculați distanța de la M la dreapta $A'C$.

A. 4. Fie A şi B două puncte în planul α, O un punct exterior lui α, iar M şi N mijloacele segmentelor [AO] şi [BO]. Două drepte paralele duse prin M şi N intersectează planul α în P şi Q. Notăm $AP \cap BQ = \{R\}$. **a)** Arătați că $[MN] \equiv [PQ]$. **b)** Arătați că, dacă toate triunghiurile determinate de punctele A, B, O, R sunt echilaterale, atunci MNPQ este pătrat.

B. Aflați cifra $a \neq 0$ astfel încât suma
$S_a = a^{2006} + \overline{\underbrace{11\ldots1}_{2006}a}^{\,2006} + \overline{\underbrace{22\ldots2}_{2006}a}^{\,2006} + \ldots + \overline{\underbrace{99\ldots9}_{2006}a}^{\,2006}$ este divizibilă cu 10.

***Notă.** Subiectul B se evaluează în situații de departajare.*

Concursul interjudețean de matematică
„Louis Funar”, ediția a V-a
Craiova, 18.11.2006

Clasa a VII-a

A. 1. Există numere întregi n astfel încât n–2006 şi n+2006 să fie pătrate perfecte? *(Gheorghe Stoica)*

A. 2. Găsiți numerele întregi $a_1, a_2, \ldots, a_{2006}$ astfel încât:
$a_1^{2005} + a_2^{2005} + \ldots + a_{2006}^{2005} + 2006^{2006} = a_1^{2007} + a_2^{2007} + \ldots + a_{2006}^{2007}$. *(Gh. Stoica)*

A. 3. Fie punctele C şi D pe segmentul [AB]. Construim triunghiurile MAC şi NBD astfel încât AC = BD, $\angle MAC \equiv \angle NBD$, perimetrul ΔMAC este egal cu perimetrul ΔNBD şi $[MN] \cap AB \neq \emptyset$.

a) Arătați că $\Delta MAC \equiv \Delta NBD$.

b) Fie $[MN] \cap AB = \{P\}$. Definiți şi demonstrați o condiție necesară şi suficientă în care P poate fi mijlocul segmentului [XY], unde $X, Y \in \{A, B, C, D\}$.

A. 4. Fie pătratul ABCD, $E \in AB$ şi $F \in AD$ astfel încât $\frac{AE}{EB} = \frac{FD}{AF}$. Fie $EN \parallel BC$, $N \in CD$ şi $FM \parallel CD$, $M \in BC$, $EN \cap FM = \{S\}$, $MD \cap BN = \{T\}$. Arătați că $ST \perp MN$.

B. Arătați că există numere naturale care încep şi se termină cu 2006, divizibile cu 2007. *(Gheorghe Stoica)*

Notă. *Subiectul B se evaluează în situații de departajare.*

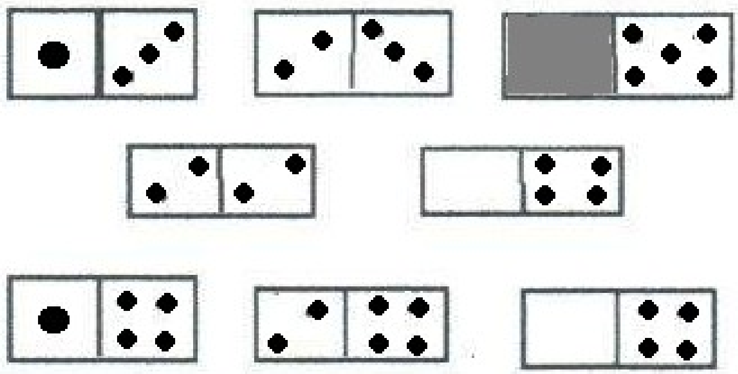
Concursul interjudețean de matematică

„Louis Funar”, ediția a V-a
Craiova, 18.11.2006

Clasa a VI-a

A. 1. a) Să se cerceteze dacă numărul A = $1\underbrace{00\ldots0}_{2006}6^{2006}+2006$ este divizibil cu 18. **b)** Un număr natural este format astfel: $\underbrace{11\ldots1}_{2006}\underbrace{22\ldots2}_{2007}\underbrace{00\ldots0}_{2008}$, dar nu neapărat în această ordine luate cifrele. Poate fi acest număr un pătrat perfect?

A. 2. Opt piese de domino stau pe masă aşa cum se vede şi în figură. Ce număr are partea acoperită a piesei de domino, dacă numerele de pe piese pot forma un pătrat magic de 4×4 (suma numerelor de pe fiecare linie, fiecare coloană, fiecare diagonală este aceeaşi)?



A. 3. Fie punctele coliniare $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_{2006}$, în această ordine. **a)** Cercetați valoarea de adevăr a propoziției: „dacă $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = \ldots = A_{2005}A_{2006}$, atunci $2006\cdot A_1A_{2006} = 2\cdot (A_1A_2+2\cdot A_2A_3+3\cdot A_3A_4+\ldots +2005\cdot A_{2005}A_{2006})$”. **b)** Dacă $A_1A_2 = A_2A_3 = A_3A_4 = \ldots = A_{2005}A_{2006}$, determinați $M\in (A_2A_{2005})$ astfel încât $A_1M\cdot MA_{2005} = A_2M\cdot MA_{2006}$.

A. 4. Un dreptunghi se împarte printr-o dreaptă în două poligoane. Unul din poligoane se împarte printr-o dreaptă în alte două părți. După aceea unul dintre cele 3 poligoane obținute se va împărți în două părți ş.a.m.d. Operația de împărțire a poligoanelor se repetă de 668 de ori. După această operație observăm că poligoanele obținute au în total 2006 vârfuri (vârfurile fiecărui poligon se socotesc separat). Este adevărat?

B. Arătați că există numere naturale care încep şi se termină cu 2006, divizibile cu 2007. *(Gheorghe Stoica)*

Notă. *Subiectul B se evaluează în situații de departajare.*

Concursul interjudețean de matematică

„Louis Funar”, ediția a V-a
Craiova, 18.11.2006

Clasa a V-a

A. 1. La un concurs în rezolvări de probleme se acordă 5 puncte pentru o problemă bine rezolvată şi se scad 3 puncte pentru o problemă rezolvată greşit. Un elev a redactat rezolvările a 10 probleme şi a obținut 34 puncte. Să se afle câte probleme a rezolvat corect şi câte a greşit.

A. 2. La un concurs de tir au participat 2006 concurenți. Primul concurent a obținut 80 de puncte, al doilea 60 de puncte, al treilea media aritmetică a numărului punctelor primilor doi, al patrulea media aritmetică de la primii trei concurenți şi în general fiecare dintre participanții următori, media aritmetică a punctelor obținute de concurenții precedenți. Câte puncte a obținut ultimul concurent?

A. 3. Numărul reprezentând suma a două numere naturale consecutive s-a răsturnat (răsturnatul lui $\overline{ab}$ este $\overline{ba}$). Ca rezultat s-a obținut numărul mai mare. Ce fel de numere s-au adunat?

A. 4. Pe o masă sunt aşezate 2007 figuri de joc de două culori dintre care 1003 negre şi 1004 albe. 1003 copii stau la masă şi joacă jocul următor: la început fiecare îşi ia de pe masă câte două piese care sunt amestecate şi nu se văd la culoare. Cel care începe jocul va lua piesa rămasă. Dacă toate cele trei piese sunt de aceeaşi culoare, a câştigat, dacă nu, adaugă celui din dreapta piesa care nu-i este utilă ş.a.m.d. Care este numărul minim de cedări pe care trebuie să-l facă primul jucător până să câştige cineva?

B. Doi maeştri de şah după ce s-au întors la hotel, unde participau la turneul anual de şah, au observat că în fiecare an numărul de participanți creşte într-un anume mod. Astfel, după trei optimi din turneu se jucaseră tot atâtea partide ca şi anul trecut pe tot turneul. Dacă lucrurile vor continua tot aşa, peste câtiva ani vor juca deja 30 de oameni. Câți şahişti au jucat în acel turneu? Argumentați răspunsul.

Notă. *Subiectul B se evaluează în situații de departajare.*

„Louis Funar”, ediția a V-a
Craiova, 18.11.2006

Clasa a IV-a

A. 1. Determinați un număr de 13 ori mai mare decât suma cifrelor care formează numărul.
A) 130; B) 117; C) 104; D) 91; E) alt răspuns.

A. 2. Pe masă se află 3 cartoane cu cifre. Se formează toate numerele din 3 cifre posibile cu ele, iar suma acestora este 1233. Care au fost cifrele?
A) 1, 3, 4; B) 7, 8, 9; C) 5, 7, 8; D) 4, 8, 9; E) alt răspuns.

A. 3. Mowgli si-a rugat prietenii - maimuțe să-i aducă alune. Maimuțele i-au cules fiecare o cantitate egală de alune lui Mowgli. Pe drum ele s-au certat şi fiecare maimuță a aruncat câte o alună. În total la Mowgli au ajuns 33 de alune. Câte alune au strâns maimuțele (se ştie că fiecare maimuță a adus cel puțin o alună) ?
A) 44; B) 66; C) 36; D) 55; E) alt răspuns.

A. 4. Într-un coş sunt 20 de ciuperci albe, galbene şi gri. Câte ciuperci albe sunt, dacă gri sunt de 9 ori mai multe decât galbene?
A) 10 albe; B) 2 albe; C) 18 albe; D) 9 albe; E) alt răspuns.

A. 5. Găsiți un număr de cinci cifre, cu proprietatea ca fiecare cifră a numărului trebuie să fie mai mare decât suma cifrelor din dreapta lui.
A) 85210; B) 84310; C) 74210; D) 84210; E) alt răspuns.

A. 6. Găsiți cel mai mic număr natural care se termină cu 56 şi suma cifrelor lui să fie tot 56.
A) 19999856; B) 29899856; C) 28999856; D) 9999956; E) alt răspuns.

A. 7. Un număr de 3 cifre începe cu 7. Din acest număr s-a obținut un alt număr de 3 cifre, mutând cifra 7 la sfârşitul numărului. Numărul obținut a fost cu 117 mai mic ca primul. Despre ce număr este vorba?
A) 730; B) 764; C) 704; D) 791; E) alt răspuns.

A. 8. Două numere se numesc numere oglindă dacă dintr-un număr se obține un altul prin mutarea cifrelor componente în ordine inversă. De exemplu, 123 cu 321. Produsul a două asemenea numere este egal cu 92565. Care sunt ele?
A) 265 şi 562; B) 865 şi 568; C) 165 şi 561; D) 465 şi 564; E) alt răspuns.

A. 9. Prin înmulțirea cu patru a unui număr format din 4 cifre ale cărui cifre sunt cu toate diferite, obținem un număr care se scrie cu aceleaşi cifre, dar în ordine inversă. Care este acest număr?
A) 2178; B) 3276; C) 1235; D) 4291; E) alt răspuns.

B. Făt Frumos a început să lupte cu zmeul cu trei capete şi trei cozi. "Iată o sabie magică", i-a spus baba-iapă. "Cu o lovitură poți tăia zmeului ori un cap, ori două capete, ori o coadă, ori două cozi. Ține minte: i-ai tăiat un cap - creşte altul, i-ai tăiat o coadă - îi cresc două, tai două cozi - creşte un cap, tai două capete - nu mai creşte nimic la loc." Care este numărul minim de lovituri cu care Făt Frumos poate să taie toate capetele şi toate cozile zmeului? Argumentați răspunsul.
Notă. *Subiectul B se evaluează în situații de departajare.*

„Louis Funar”, ediția a V-a
Craiova, 18.11.2006

Clasa a III-a

A. 1. De câte ori apare cifra 7 în toate numerele de la 36 la 77?
a) 12; b) 9; c) 15; d) 20; e) alt răspuns.

A. 2. Pe o corabie erau 5 pirați. Fiecare pirat a luat 6 prizonieri. Câți oameni sunt pe corabie?
a) 30; b) 9; c) 35; d) 11; e) alt răspuns.

A. 3. Suma numerelor naturale de două cifre distincte formate numai cu cifrele 3 şi 5 este:
a) 35; b) 70; c) 88; d) 45; e) alt răspuns.

A. 4. Câte numere mai mici ca 100 au suma cifrelor 5?
a) 6; b) 7; c) 5; d) 25; e) alt răspuns.

A. 5. Mihai ia 6 pastile la interval de 2 ore. La câte ore după ce a luat-o pe prima va lua ultima pastilă?
a) 10 ore; b) 12 ore; c) 16 ore; d) 17 ore; e) alt răspuns.

A. 6. În timp ce Mihaela mănâncă 4 bomboane, Maria mănâncă 6 bomboane. Fetele au mâncat împreună 20 bomboane. Câte bomboane a mâncat Mihaela?

a) 12; b) 10; c) 8; d) 16; e) alt răspuns.

A. 7. Învățătoarea a format grupe cu toți elevii clasei grupe complete de câte 4 elevi. Mircea a observat că se află în grupa 5, dacă se numără din față, şi în grupa 2, dacă se numără din spate. Câți elevi sunt în total?
a) 30; b) 24; c) 28; d) 20; e) alt răspuns.

A. 8. Papagalul meu are 16 zile, iar peştişorul meu 12 zile. Peste 8 zile, diferența de vârstă dintre ei va fi de …

a) 4 zile; b) 8 zile; c) 5 zile; d)12 zile; e) alt răspuns.

A. 9. Nasul lui Pinocchio este cu 8 cm mai lung decât un sfert din el. Ce lungime are?

a) 16 cm; b) 12 cm; c) 8 cm; d) 10 cm; e) alt răspuns.

B. Făt-Frumos a început să lupte cu zmeul cu trei capete şi trei cozi. "Iată o sabie magică", i-a spus baba-iapă. "Cu o lovitură poți tăia zmeului ori un cap, ori două capete, ori o coadă, ori două cozi. Ține minte: i-ai tăiat un cap - creşte altul, i-ai tăiat o coadă - îi cresc două, tai două cozi - creşte un cap, tai două capete - nu mai creşte nimic la loc." Care este numărul minim de lovituri cu care Făt Frumos poate să taie toate capetele şi toate cozile zmeului? Argumentați răspunsul.

Notă. *Subiectul B se evaluează în situații de departajare.*