Colegiul Național „Mircea cel Bătrân”, Râmnicu-Vâlcea

Concursul Interjudețean
„Mathematica – modus vivendi”
Ediția a V-a, 22-24 februarie 2008

CLASA a IV-a

1. a) Calculați valoarea lui a:

$$62-[a+(a:3+4)+a]=23.$$

b) Avem un număr y. Din el luăm 893. Rezultatul îl triplăm. Produsului rezultat îi adăugăm răsturnatul numărului 197. Totul îl înjumătățim şi obținem cel mai mic număr par de patru cifre.

Ce valoare are y ?

2. a) Arătați că nu există patru numere naturale consecutive a căror sumă să fie 60.

b) Determinați a din înmulțirea $\overline{6172839a}\times 9=\overline{aaaaaaaaa}$

3. Nicuşor are cu 60 lei mai mult ca George, George are de 3 ori mai puțin ca Paul, iar Paul are cu 20 lei mai mult ca Nicuşor.

Ce sumă are fiecare?

4. O grindă de brad cântăreşte 24 kg, una de fag 26 kg şi una de stejar 30 kg.

200 de grinzi amestecate, printre care cele de fag sunt de 2 ori mai multe ca cele de brad, cântăresc 5132 kg.

Câte grinzi sunt din fiecare?

Notă: Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Problemele au fost propuse şi selectate de către inspector şcolar învățământ primar Ion Oprea şi învățătorii Ilie Costinescu, Nicolița Marinescu, Ioana Gavrilă, Victoria Bolovan, Marinela Bîtea, Liana Stănescu din Râmnicu-Vâlcea.

Colegiul Național „Mircea cel Bătrân”, Râmnicu-Vâlcea

Concursul Interjudețean
„Mathematica – modus vivendi”
Ediția a V-a, 22-24 februarie 2008

CLASA a V-a

1. Dacă suma a 61 de numere naturale nenule, distincte este 2044 arătați că printre aceste numere se găseşte cel puțin un cub perfect.

Prof. Roxana Aron, Râmnicu-Vâlcea

2. Determinați toate posibilitățile de scriere a numărului 2008 ca sumă de numere naturale impare consecutive.

Prof. Roseti Avram, Râmnicu-Vâlcea

3. Să se determine numărul de două cifre scris în baza 10, care împărțit la suma cifrelor sale dă restul 13, iar împărțit la câtul obținut din prima împărțire dă restul 3.

(G. M: 5/1980)

4. La un banchet sunt invitați 2008 ambasadori. Fiecare ambasador are cel mult 1003 duşmani. Demonstrați că ambasadorii pot fi aşezați la o masă rotundă astfel încât nimeni să nu stea lângă un duşman.

Prof. Gheorghe Ciucă, Râmnicu-Vâlcea

Notă: Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Colegiul Național „Mircea cel Bătrân”, Râmnicu-Vâlcea

Concursul Interjudețean
„Mathematica – modus vivendi”
Ediția a V-a, 22-24 februarie 2008

CLASA a VI-a

1. Determinați numerele naturale nenule *x*, *y*, *z* a căror sumă este minimă, ştiind că x, y sunt direct proporționale cu 0,0(8) şi 0,(3), iar *y* şi *z* sunt invers proporționale cu $\frac{1}{2}$ şi $\frac{1}{3}$.

Prof. Florin Smeureanu şi Cristian Buican, Râmnicu-Vâlcea

2. Se consideră triunghiurile *ACB* şi *ADB* astfel încât $\Delta ACB \equiv \Delta ADB$ şi $m\left(A\hat{C}B\right) = m\left(A\hat{D}B\right) = 90^0$. Dacă $AC \cap BD = \{M\}$ şi $CB \cap AD = \{N\}$ arătați că:

a) $AB \perp MN$.

b) ΔNBM este isoscel.

Prof. Simona Pozinărea, Râmnicu-Vâlcea

3. Se dau numerele naturale nenule *a, p, q* cu proprietatea că $ap+1$ se divide cu *q*, iar $aq+1$ se divide cu *p*.

Să se demonstreze că $a > \frac{pq}{2(p+q)}$.

Prof. Elena Drăgan, Râmnicu-Vâlcea

4. Într-o urnă sunt 3 bile roşii, 5 bile galbene şi 7 bile verzi. Scoatem la întâmplare câte 2 bile, apoi le introducem în urnă astfel: dacă au aceeaşi culoare le aşezăm înapoi în urnă, iar dacă au culori diferite le schimbăm culoarea cu cea de-a treia (de exemplu dacă una este roşie şi alta este galbenă, le colorăm pe amândouă în verde apoi le introducem în urnă).

Este posibil ca după mai multe extrageri să avem în urnă bile numai de aceeaşi culoare?

Prof. Constantin Bărăscu, Râmnicu-Vâlcea

Notă: Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Colegiul Național „Mircea cel Bătrân”, Râmnicu-Vâlcea

Concursul Interjudețean
„Mathematica – modus vivendi”
Ediția a V-a, 22-24 februarie 2008

CLASA a VII-a

1. Fie numerele:

$$s = a + a^5 + a^9 + \ldots + a^{2005} \text{ şi } S = a + a^2 + \ldots + a^{2008}, \quad a > 0.$$

Aflați $a \in \mathbf{N}$ astfel încât valoarea raportului $\frac{s}{S}$ să fie $\frac{1}{400}$.

Prof. Gheorghe Iacob, Râmnicu-Vâlcea

2. În triunghiul ABC, $D \in (BC)$, $B \in (DE)$, $C \in (DF)$ astfel încât $BD = 3BE$ şi $DC = 3CF$, iar punctele M, N sunt simetricele punctului A față de B şi respectiv C.

Să se arate că ME, NF şi AD sunt concurente.

Prof. Irinel Dafincescu, Râmnicu-Vâlcea

3. Să se arate că dacă $a, b, c \in (0, \infty)$ atunci

$$\frac{a+b+2c}{(a+2b+3c)^2} + \frac{b+c+2a}{(b+2c+3a)^2} + \frac{c+a+2b}{(c+2a+3b)^2} < \frac{1}{8}\left(\frac{1}{\sqrt{ab}} + \frac{1}{\sqrt{bc}} + \frac{1}{\sqrt{ca}}\right).$$

Prof. Cosmin Manea şi Dragoş Petrică, Piteşti

4. Fie trapezul $ABCD(AB \parallel CD)$ şi punctele $M \in (BC)$, $N \in (AD)$.

Demonstrați că: $S_{\Delta MAD} = S_{\Delta NBC} \Leftrightarrow MN \parallel AB$.

Prof. Constantin Bărăscu, Râmnicu-Vâlcea

Notă: Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.

Colegiul Național „Mircea cel Bătrân”, Râmnicu-Vâlcea

Concursul Interjudețean
„Mathematica – modus vivendi”
Ediția a V-a, 22-24 februarie 2008

CLASA a VIII-a

1. Să se arate că în orice triunghi avem relația

$$6S < a^2 + b^2 + c^2$$

unde S este aria triunghiului cu lungimile laturilor *a, b, c*.

Prof. Ion Preda şi Lucica Preda, Râmnicu-Vâlcea

2. Fie *ABCD* şi *EFGH* două patrulatere convexe situate în două plane paralele. Notăm cu *M* mulțimea distanțelor dintre oricare două vârfuri distincte ale celor două patrulatere.

a) Arătați că *M* nu poate avea un singur element;

b) Mulțimea *M* poate avea 3 elemente? Justificați;

c) Mulțimea *M* poate avea 4 elemente? Justificați.

Prof. univ. dr. Constantin Buşe, Timişoara

3. Să se determine numerele reale *x* astfel încât $2008 \cdot [x]$, $2009 \cdot [x]$ şi $[2009x]$ să fie trei numere pare consecutive, unde $[x]$ reprezintă partea întreagă a numărului real *x*.

Prof. Ion Preda şi Lucica Preda, Râmnicu-Vâlcea

4. Fie triunghiul *ABC*, dreptunghic în *A* în care $AB = 15cm$ şi $AC = 30cm$. Pe planul triunghiului *ABC*, construim perpendiculare de aceeaşi parte $AM = 14cm$ şi $BN = 5cm$.

Dacă $[AP =$ bisectoarea unghiului $C\hat{A}B$, $P \in (BC)$ determinați $m(\angle((MNP),(ABC)))$.

Prof. Constantin Bărăscu, Râmnicu-Vâlcea

Notă: Timp de lucru 3 ore.
Fiecare subiect se notează de la 0 la 7 puncte.