INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BRĂILA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 04.02.2006

CLASA A V-A

SUBIECTELE:

1. Să se afle ultima cifră a numărului $a^{2006}+b^{2006}+c^{2006}$, ştiind că
$a \cdot b \cdot c = 2006$.

Prof. Neculai Carnaru, Brăila

2. Arătaţi că suma resturilor împărţirii unui număr oarecare $\overline{abc}$ la a, b şi respectiv c nu poate fi 23.

Prof. Nicolae Stănică, Brăila

3. Se dă şirul de numere: 1; 1; 2; 5; 12; 27; 58; ...
a) Completaţi şirul cu următorii trei termeni.
b) Calculaţi suma primilor 100 de termeni ai şirului.

Prof. Marius Damian, Brăila

4. Fie mulţimile:
$A = \{ n \in \mathbb{N} \mid 2^{n+3} - 2^n - 2^{n+2} = 192 \}$; $B = \{ \text{ultima cifră a lui } k^4 \mid k \in \mathbb{N} \}$;
$C = \{ x \in \mathbb{N} \mid x^3 = x^2 + \overline{abc}, \text{ unde a, b, c sunt cifre în baza 10} \}$.

a) Determinaţi mulţimile A, B, C.
b) Calculaţi $(C \cap B) \cup (B - A)$.

Prof. Daniela Tilincă, Brăila

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru este de 3 ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BRĂILA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 04.02.2006

CLASA A VI-A

SUBIECTELE:

1. Punctele A, B, C, D sunt situate pe o dreaptă d în ordinea dată. Este adevarată egalitatea:

$$AB \cdot CD + AD \cdot BC = AC \cdot BD?$$

Gazeta Matematică 5 / 2005

2. a) Să se arate că între oricare două puteri naturale consecutive ale lui 3 se află cel puţin o putere a lui 2.
b) Există două puteri naturale consecutive ale lui 3 între care să găsim trei puteri distincte ale lui 2?

Prof. Marius Damian, Brăila

3. Fie AB si CD două drepte concurente, $AB \cap CD = \{O\}$. Fie $[OP$ bisectoarea unghiului AOC, $[OT$ bisectoarea unghiului POB si $[OR$ bisectoarea unghiului TOD.

a) Dacă $m(\sphericalangle POR) = 140^0$, aflaţi $m(\sphericalangle AOC)$ şi $m(\sphericalangle AOD)$.

b) Dacă $m(\sphericalangle POR) = 25^0$, aflaţi $m(\sphericalangle AOC)$ şi $m(\sphericalangle AOD)$.

Prof. Nicolae Stănică, Brăila

4. Fiind dat numărul natural nenul n, demonstraţi că:

$$\underbrace{123\ldots25}_{n \text{ cifre}} - \underbrace{123\ldots}_{n \text{ cifre}} \vdots 7 \Leftrightarrow n \vdots 6$$

Prof. Nicolae Stănică, Brăila

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timpul de lucru este de 3 ore.
INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BRĂILA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 04.02.2006

CLASA A VII-A

SUBIECTELE:

1. Fie $m,n\in\mathbb{N}$. Să se arate că dacă $a=\frac{3n+4}{2n+3}+\frac{5m+8}{2m+3}\in\mathbb{N}$, atunci a=4.

Prof. Marius Damian şi prof. Nicolae Stănică, Brăila

2. Fie a un număr natural par şi b un număr natural impar, a, b>4.

Dacă a+b=S şi $a\cdot b=P$, arătaţi că: $2\cdot S+1<\frac{a(b+3)}{2}+b<2\cdot P+1$.

Prof. Nicolae Stănică, Brăila

3. Fie ABCD un trapez, $AB\parallel CD$ şi $AC\cap BD=\{O\}$. Ducem prin O, $MN\parallel AD$, unde $M\in AB$, $N\in CD$ şi $PQ\parallel BC$, unde $P\in AB$, $Q\in CD$. Demonstraţi că $CN\cdot BM=AP\cdot DQ$.

Gazeta Matematică 8 / 2005

4. Fie triunghiul ABC şi I centrul cercului său înscris. Notăm cu M şi N mijloacele laturilor AB şi respectiv AC, iar cu P şi Q intersecţiile dreptei MN cu dreptele BI şi respectiv CI. Ştiind că $PQ=\frac{AI}{2}$, să se demonstreze că $m(\sphericalangle PAQ)=30^0$.

Prof. Marius Damian, Brăila

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.
Timpul de lucru este de 3 ore.

INSPECTORATUL ŞCOLAR JUDEŢEAN BRĂILA

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 04.02.2006

CLASA A VIII-A

SUBIECTELE:

1. a) Să se arate că, oricare ar fi x, y>0, $x^3+y^3 \geq x^2 \cdot y + x \cdot y^2$.
b) Fie x, y, z>0. Să se arate că:

$$3+\frac{z-y}{x}+\frac{x-z}{y}+\frac{y-x}{z} \leq \frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{z^2}+\frac{z^2}{x^2}.$$

Prof. Marius Damian, Brăila

2. Dacă $\left(\overline{ab2};\ \overline{bc7};\ \overline{ca8}\right)=3,$ demonstraţi că $\sqrt{a^2+b^2+c^2}$ este un număr iraţional.

Prof. Nicolae Stănică, Brăila

3. Fie ABCDMNPQ cub, AB=$1+\sqrt{2}$, $[BT$ bisectoarea unghiului CBP, $T\in(CP),\ S\in(DQ)$ astfel încât SD=2.
Dacă $BS\cap NQ=\{U\}$ şi $UT\cap(ABC)=\{R\},$ calculaţi BR.

Prof. Nicolae Stănică, Brăila

4. Un tetraedru cu muchiile de lungime 1, se proiectează pe un plan. Demonstraţi că aria figurii obţinute este cel mult $\frac{1}{2}$.

Concursul Al. Myller, Iaşi 2003

NOTĂ: Toate subiectele sunt obligatorii.

Timpul de lucru este de 3 ore.