CLUJ

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ
ETAPA JUDEȚEANĂ
CLASA a V-a
01.03.2008

Subiectul I.(30 puncte)

(20 puncte) a) Să se scrie numărul

$$A=\left\{2^{100}:\left[4^3\cdot2^6:2^5:2^2+\left(4^{11}\cdot2^{26}\right)^4:\left(128\cdot4^5\right)^{11}+\left(81:3^4-2008^0\right)^2\cdot2008\right]^6\right\}^{14}$$

ca o putere cu baza 16.

(10 puncte) b) Comparați numerele 17^{14} si $\left(\overline{ab}\right)^{11}$ știind că $\overline{ab}$ este cel mai mic număr natural cu proprietatea că $\overline{ab}-\overline{ba}=18$.

Prof.Cristian Pop,ISJ Cluj

Subiectul II.(30 puncte)

(20 puncte) a) Să se afle ultimele 3 cifre ale numărului $A=7^{4n+5}-7^{4n+4}+7^{4n+3}-7^{4n+2}$

Prof.Vasile Șerdean,Școala nr.1 Gherla

(10 puncte) b) Demonstrați că suma cifrelor numărului:

$$a=(1\cdot2\cdot3+2\cdot3\cdot4+...+15\cdot16\cdot17)-(1^3+2^3+...+15^3)$$

se divide cu 3.

Gazeta matematică

Subiectul III.(30 puncte)

Se consideră mulțimea $A=\{7,36,65,94,...,2008\}$

(15 puncte) a) Aflați numărul elementelor mulțimii A.

(15 puncte) b) Aflați suma elementelor mulțimii A.

Prof.Vasile Șerdean,Școala nr.1 Gherla

-Toate subiectele sunt obligatorii.Se acordă 10 puncte din oficiu.
-Timp efectiv de lucru-2 ore.

OLIMPIADA DE MATEMATICĂ **CLUJ**
ETAPA JUDEȚEANĂ
CLASA a VI-a
01.03.2008

Subiectul I.(30 puncte)

(15 puncte) a) Determinați numerele naturale a,b,c știind că numerele a+1, b+4 și 15 sunt direct proporționale cu numerele 4, 10 și c+3.

Prof.Vasile Şerdean,Şc.nr.1 Gherla

(15 puncte) b) Fie D numărul divizorilor lui 2008 și I numărul divizorilor proprii ai lui 2007. Aflați câtul și restul împărțirii lui D la I.

Prof.Cristian Pop,ISJ Cluj

Subiectul II.(30 puncte)

Pentru $n \in N$, n impar, se definesc sumele:

$$S_1 = 1+2+3+...+(n-1)+n \ , \quad S_2 = 1-2+3-4+...-(n-1)+n$$

(12 puncte) a) Să se determine $n \in N$, știind că $S_1 = 2008 \cdot S_2$

(12 puncte) b) Să se arate că $2 \cdot (S_1 + S_2)$ este pătrat perfect

(6 puncte) c) Determinați $n \in N$, n impar și $m \in N$, astfel încât $S_1 - S_2 = 2^m$.

Gazeta Matematică

Subiectul III.(30 puncte)

Triunghiurile ABC și ADC sunt situate în semiplane diferite față de dreapta AC. Fie punctele E și F astfel încât $E \in (BC), F \in (DC)$.Fiecare dintre măsurile unghiurilor BAE, EAC,CAF și FAD este medie aritmetică a măsurilor celorlalte trei unghiuri, iar $AC \perp EF$. Demonstrați că:

(12 puncte) a) distanța de la E la AB este egală cu distanța de la F la AD.

(12 puncte) b) $[AB] = [AD]$

***(se acordă 6 puncte pentru desen corect)

Gazeta Matematică

-Toate subiectele sunt obligatorii.Se acordă 10 puncte din oficiu.
-Timp efectiv de lucru-2 ore.

Ministerul Educaţiei şi Cercetării

CLUJ

Olimpiada Naţională de Matematică 2008

Etapa judeţeană şi a Municipiului Bucureşti

1 martie 2008

CLASA A VII-A

Subiectul 1. Să se arate că

$$n\left(1+\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n}\right) \geq (n+1)\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{3}+\ldots+\frac{1}{n+1}\right),$$

pentru orice număr natural $n \geq 1$.

Subiectul 2. Se consideră pătratul $ABCD$ şi punctul E pe latura AB. Diagonala AC taie segmentul DE în punctul P. Perpendiculara dusă din punctul P pe DE intersectează latura BC în punctul F. Demonstraţi că $EF = AE + FC$.

Subiectul 3. Într-o şcoală sunt 10 clase. Fiecare elev dintr-o clasă se cunoaşte cu exact câte un elev din celelalte 9 clase. Să se arate că toate clasele au acelaşi număr de elevi.

(Se acceptă faptul următor: dacă elevul A îl cunoaşte pe elevul B, atunci şi elevul B îl cunoaşte pe elevul A).

Subiectul 4. Fie $M = \{1, 2, 4, 5, 7, 8, \ldots\}$ mulţimea numerelor naturale care nu se divid cu 3. Suma a $2n$ elemente consecutive ale mulţimii M este 300. Să se determine valorile posibile ale lui n.

Problemă aleasă din Gazeta Matematică 2007

Olimpiada Naţională de Matematică 2008

Etapa judeţeană şi a Municipiului Bucureşti

1 martie 2008

CLASA A VIII-A

Subiectul 1. Un tetraedru regulat este secţionat cu un plan după un romb. Să se demonstreze că rombul este pătrat.

Subiectul 2. Să se determine numerele iraţionale x astfel încât numerele x^2+2x şi x^3-6x să fie ambele raţionale.

Subiectul 3. Fie cubul $ABCDA'B'C'D'$, M piciorul perpendicularei din A pe planul $(A'CD)$, N piciorul perpendicularei din B pe diagonala $A'C$ şi P simetricul punctului D faţă de C. Să se arate că punctele M, N, P sunt coliniare.

Gazeta Matematică 2007

Subiectul 4. Să se determine numerele reale strict pozitive x, y, z care satisfac simultan condiţiile: $x^2y+3 \leq 4z$, $y^2z+3 \leq 4x$ şi $z^2x+3 \leq 4y$.