CONCURSUL INTERJUDEȚEAN 'MARIAN ȚARINĂ'-TURDA 2005

CLASA A V-A

1.Determinați numerele naturale a,b,c ştiind că a este prim,a+b+c=82 şi 3b+c=144. (Gheorghe Lobonț)

2.Fie x produsul primelor n numere prime,iar y produsul primelor n numere impare.Să se arate că numărul $A=2^{xy}+3^{xy}+4^{xy}-1$ nu este pătrat perfect. (Vasile Şerdean)

3.Fie numărul x= $\overline{abc}+\overline{bca}+\overline{cab}$,cu a,b,c cifre în baza 10.
a)Aflați câtul şi restul împărțirii lui x la 37
b)Aflați toate numerele $\overline{abc}$ pentru care x=2886 (Ioan Groza)

4.Să se determine numerele *x,y* $\in$ **N*** pentru care $\frac{14x+2y}{3x+y}\in \mathbf{N}$ şi $\frac{2x+5y}{4x+y}\in \mathbf{N}$ (Vasile Şerdean)

CLASA A VI-A

1.Determinați numerele raționale *a,b,c* ştiind că îndeplinesc simultan condițiile:a) $\frac{7a-2b}{8b+5a}=0,4$; b) b şi c sunt invers proporționale cu 1/25 şi 0,(3); c)media aritmetică a numerelor *a,b,c* este $(-2005)^0(-3)^3(-6)$
(Gheorghe Lobonț)

2.Fie M$\subset$ **Q*** o mulțime dată.Dacă $\frac{2}{3}$ şi $\frac{1}{4}$ aparțin mulțimii M şi $\frac{3x-y}{4x+y}\in$ M , $\forall$ *x,y*$\in$ M,arătați că $\frac{5}{7}\in$ M.
(Vasile Şerdean)

3.În triunghiul dreptunghic ABC ,m(<B)=2·m(<C).Bisectoarea lui <ABC intersectează AC în D.
a) Demonstrați că punctul D aparține mediatoarei lui [BC];
b) Determinați m(<ABD)
c) Dacă perimetrul Δ ABD este 25 cm şi BC=8 cm,calculați perimetrul Δ ABC. (Ioan Groza)

4.Se consideră Δ ABC cu m(<A)=20º şi m(<C)=40º.Fie T pe (AC) astfel încât (BC)≡(AT).
Calculați m(<ATB). (Vasile Şerdean)

CONCURSUL INTERJUDEȚEAN 'MARIAN ȚARINĂ'-TURDA 2005

CLASA A VII-A

1.Calculați:

a) $n=\sqrt{7-2\sqrt{10}}+\left|-\sqrt{2}\right|-\sqrt{-2\sqrt{5}+6}$

b) $s=\frac{1}{\sqrt{1}+\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}+\sqrt{3}}+...+\frac{1}{\sqrt{1680}+\sqrt{1681}}$

c) media geometrică şi media armonică a numerelor n şi s. (Monica Fodor)

2.a) Dacă $\frac{x}{y}=\sqrt{2004}$,să se calculeze $\frac{5y}{x\sqrt{501}+y}$

b) Fie m,n € **N**.Să se demonstreze că numărul $\sqrt{9^{m+n}+4^{n}+2\cdot 3^{m}(6^{n}+3^{n})+2^{n+1}+1}$ € **N** (Gheorghe Lobonț)

3.Se consideră paralelogramul ABCD,cu AB=2AD.Bisectoarea lui <ADC intersectează (AB) în E,iar bisectoarea lui <DAB intersectează (DE) în M.Fie punctul G pe (AM) astfel încât GM=AG/2

Dacă EG∩AD=$\{N\}$,demonstrați că:

a) AD=AE ;b) AM ⊥ DE;c) MN=AB/4;d) Δ AMD~Δ CED;e) AM ∥ CE. (Ioan Groza)

4.Se consideră Δ ABC cu aria 90 cm² şi punctele M,E,D mijloacele laturilor [BC],[AB],[AC].G este centrul de greutate al triunghiului,T este simetricul lui G față de M,R este simetricul lui G față de D şi P este mijlocul lui [AR],BD=7,5 cm,CE=18 cm,să se arate că:

1. a) PD ∥ AM şi PD=GM;b) BRCT este trapez,iar AGCR paralelogram;c) $S_{BGC}=S_{BGA}=S_{ACG}$;

2.Să se calculeze:a) AM,PD şi perimetrul ă ABC;b) Perimetrul trapezului BRCT. (Vasile Şerdean)

CLASA A VIII-A

1. Să se rezolve sistemul de ecuații $\begin{cases} x+2y+[2x]-[y]=5 \\ 2x+y+5[2x]+4[y]=19 \end{cases}$,unde prin [a] se notează partea întreagă a

numărului real a. (Dorel I.Duca)

2.Să se afle n€**N*** ştiind că 13n+4 şi 19n−2 sunt pătratele a două numere naturale consecutive.

(Gheorghe Lobonț)

3.Arătați că oricum am alege două numere naturale consecutive mai mari sau egale cu 2,între pătratele acestor numere putem găsi trei numere naturale distincte ,astfel încât suma pătratelor a două dintre ele să se dividă cu al treilea număr. (Mariana Ursu)

4.Diagonala BL a cubului ABCDEFML are lungimea $6\sqrt{3}$ cm.

a)Calculați măsura unghiului dreptelor AC şi FC;b) Arătați că oricum am alege 217 puncte în interiorul

cubului,cel puțin două dintre ele se află la o distanță mai mică sau egală cu $\sqrt{3}$ cm;c) Arătați că planele (ACF) şi (EMD) sunt paralele;d) Calculați distanța de la punctul A la dreapta BL şi arătați că $LB \perp (ACF)$; e) Calculați distanța dintre dreptele AD şi BL. (Vasile Şerdean)