

Solutii clasa a V-a

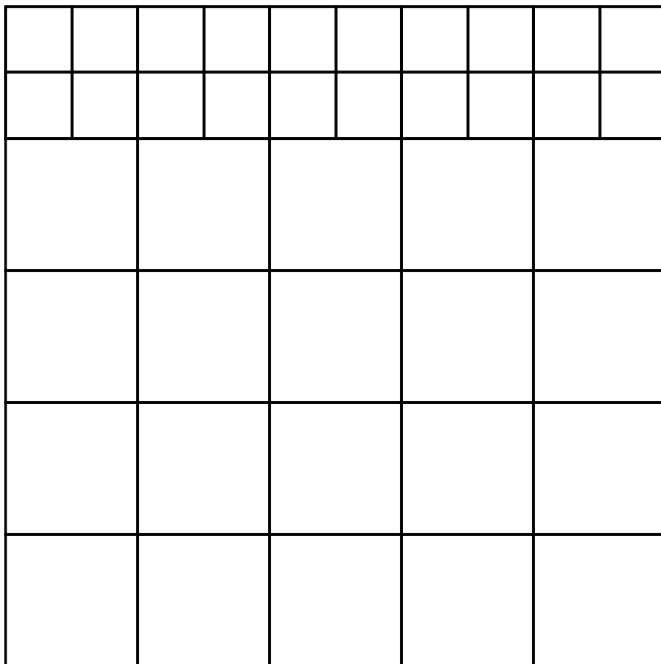
1)

Notam cu  $n$  numarul de patrate rosii  $\Rightarrow$  aria patratului mare =  $5 \cdot n$ .

Notam  $l$  latura patratului  $\Rightarrow l \in \mathbb{N} \Rightarrow l^2 = 5 \cdot n \Rightarrow n = 5 \cdot k^2$ .

Daca  $k=1 \Rightarrow l=5$  si trebuie sa folosim 5 patrate de latura 2. Dar intr-un patrat cu latura 5 nu pot fi decat maxim 4 patrate cu latura 2  $\Rightarrow$  nu se poate.

Daca  $k=2 \Rightarrow l=10$ .



2)

a)

Un numar natural care este simultan patrat si cub perfect este de forma  $n^6$ .  
 $4^6=4096$ ,  $5^6=15625$ ,  $6^6=46656$ ,  $7^6=117649 \Rightarrow 46656$ .

b)

$$\begin{aligned} 2^n = \overline{\dots aaaa} &\Rightarrow n \geq 4 \Rightarrow 2^n = M_{16} \Rightarrow \\ \overline{aaaa} : 16 &\Rightarrow a \cdot 1111 : 16 \\ (1111, 16) &= 1 \Rightarrow a : 16 \\ & \text{a cifra} \Rightarrow \text{fals} \end{aligned}$$

3)

$2016 = 2^5 \cdot 3^2 \cdot 7 \Rightarrow$  trebuie sa folosim  
4 cifre pare iar acestea trebuie sa fie in colturi.  
 $2016 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 4 \cdot 7 \cdot 9$

4	7	2
1	1	1
2	9	2

4)

a)

$1, 3, 5, 7, \dots, 119 \Rightarrow 120:2=60$  numere impare

$5 \cdot 1, 5 \cdot 3, \dots, 5 \cdot 23 \Rightarrow 24:2 = 12$  nr. divizibile cu 5  $\Rightarrow$

$60-12=48 \Rightarrow \text{card } A=48.$

b)

$M=\{41, 43, \dots, 119\}$  sunt  $48-16=32$  nr.

Daca exista  $a, b \in M$  astfel incat  $a|b \Rightarrow b=a \cdot x$ . Deoarece  $b$  impar  $\Rightarrow x \neq 2 \Rightarrow x \geq 3$

Dar  $41 \cdot 3=123 > 119 \Rightarrow a \nmid b$ .

c)

Notam multimea  $B=\{1, 7, 11, \dots, 119\}$  submultimea lui  $A$  formata din toate nr. din  $A$  mai putin cele divizibile cu 3.

$\text{card } B=32.$

Orice element din  $M$  se scrie sub forma  $a_i \cdot 3^t$ ;  $t \geq 0$ ;  $a_i \in B$ .

Daca avem 33 de elemente in  $M \Rightarrow$  din principiul cutiei ca exista  $a \in B$ ;  $x, y \in M$  a. i.

$x=a \cdot 3^{t_1}$ ,  $y=a \cdot 3^{t_2}$ .

Daca  $x > y \Rightarrow t_1 > t_2 \Rightarrow x:y=3^{t_1-t_2} \Rightarrow x:y$ .