REZOLVĂRI CLASA A 5-A

1. 2017 este număr prim,

$x^2 + 12^3 > 1 \Rightarrow x^2 + 12^3 = 2017 \Rightarrow x^2 - 289 \Rightarrow x = 17 \Rightarrow 17 - y^2 = 1 \Rightarrow y^2 = 16 \Rightarrow y = 4$

2. a) fracția se transformă în fracție zecimală fimită $\Rightarrow \overline{abc} = 2^i \cdot 5^j$
   cazul 1: $b = c = 0 \Rightarrow \overline{aoo} \in \{100,200,400,500,800\}$
   cazul 2: $c = 0, b \neq 0 \Rightarrow \overline{abo} \in \{160,320,640,125\}$
   cazul 3: $c \neq 0, \Rightarrow \overline{abc} \in \{128,256,512,125,625\}$ $\qquad \Rightarrow 14\ fracții$

   b) pp. Prin absurd că se transformă în fracție zecimală finită
   $\Rightarrow \overline{ab} + \overline{ab^2} = \overline{ab}(\overline{ab} + 1) = 2^i \cdot 5^j$
   Deoarece $(\overline{ab}, \overline{ab} + 1) = 1 \Rightarrow \{\overline{ab}, \overline{ab} + 1\} = 2^i, 5^j$
   Singura putere a lui 5 este 25, dar 24 sau 25 nu sunt puteri ale lui 2⇒ contradictie

3. Pentru n=5 putem lua $A = \{2,4,6,8,10\}$ care are proprietatea că suma pătratelor oricăror două numere din A este un număr par ⇒ nu este prim ⇒ $n \geq 6$
   Demonstrăm că $n = 6$
   Considerăm cutiile:

   $C1 = \{1,6\}, C2 = \{2,7\}, C3 = \{3,10\}, C4 = \{5,8\}, C5 = \{4,9\}$ și din principiul cutiei ⇒două din cele șase numere vor fi în aceeași cutie. Dar

   $1^2 + 6^2 = 1 + 36 = 37\ prim$

   $2^2 + 7^2 = 4 + 49 = 53\ prim$

   $3^2 + 10^2 = 9 + 100 = 109\ prim$

   $4^2 + 9^2 = 16 + 81 = 97\ prim$

   $5^2 + 8^2 = 25 + 64 = 89\ prim$

4. Dacă există $1 < a < b < n$ astfel încât $n = ab$ atunci pătratul poate fi acoperit cu dreptunghiuri $1xn$ $și$ axb

Asfel, $n = 1\ sau\ n = p\ sau\ n = p^2\ cu\ p\ prim$

Fie S aria comună a dreptunghiurilor dintr-o împărțire ⇒ S/n^2

Dacă $n = p^2 \Rightarrow S/p^4$

Dacă *S=1*⇒doar pătrate $1x1$

Dacă *S=p*⇒doar dreptunghiuri $1xp$

Dacă $S = p^2 \Rightarrow$ dreptunghiuri $1xp^2$deoarece pxp nu convine

Dacă $S = p^3 \Rightarrow$dreptunghiuri pxp^2căci $1xp^3$nu încap

Dacă $S = p^4 \Rightarrow n = p^2 \Rightarrow$un singur pătrat

Așadar, n poate fi orice nr. natural nenul, mai puțin 1, p sau p^2 cu $p = prim$