Rezolvări clasa a 6-a

1. a) $a_1 = 2017;\ a_2 = a_3 \dots = 0_{1009} = 1$ și $a_{1010} = a_{1011} = \cdots = a_{2017} = -1$

b) Pp prin absurd că 2018 este grozav $\Rightarrow (\exists) a_1, a_2, \dots, a_{2018} \in \mathbb{Z}$ astfel încât

$a_1 + a_2 + \cdots + a_{2018} = a_1 \cdot a_2 \cdot a_{2018} = 2018$

Deoarece $2018 = M_4 + 2 \Rightarrow$un singur număr $a_i \vdots 2$ și restul de 2017 nr. sunt $M_2 + 1 \Rightarrow$suma celor 2017 nr. este $M_2 + 1 \Rightarrow$ suma celor 2018 este $M_2 + 1 \Rightarrow$

2) a) $M = \{1,4,5,6,7,10,11,12,13,14\}$

b) Produsul elemnentelor din mulțimile $\{1,4,9\}; \{2,6,12\}; \{3,5,15\}$ și $\{7,8,14\}$este un pătrat perfect $\Rightarrow$M are cel mult două elemnte din fiecare mulțime $\Rightarrow$în total M are cel mult

$2 \cdot 4 + 3 = 11$ elemente. Pentru a avea11 elemente M trebuie să aibă exact două elemente din fiecare mulțime și 10,11,13

$10 \in M \Rightarrow \{2,5\}, \{6,15\} \not\subset M \Rightarrow$

$|(\{2,5\} \cup \{6,15\}) \cap M| \leq 2\ iar |(\{2,6,12\} \cup \{3,5,15\}) \cap M| = 4$

$\Rightarrow \{3,12\} \subset M \Rightarrow \{1\}, \{4\}, \{9\} \not\subset M\ cu\ |\{1,4,9\} \cap M| = 2$

3. Deoarece $s(n) > n$ și $s(n) \geq d(n)$ este suficient să avem $n + d(n) > s(n)$

Dacă $n = 1 \Longrightarrow 1 + 1 > 1\ (A)$

Dacă $n = p\ prim\ \Longrightarrow p + 2 > p + 1 (A)$

Dacă n compus; notăm $D_n = \{d_1, d_2, \dots, d_k\}$

$k \geq 3;\ d_1 = 1, d_k = n$ și $d_i \geq 2\ (\forall) i \neq 1$ și $n \Longrightarrow n + k > 1 + d_2 + \cdots + d_{k-1} + n \Longrightarrow$

$k > 1 + 2(k-2) \Longrightarrow 3 > k$

$\Longrightarrow n = 1\ sau\ n = p, p = prim$

b) Pp că există n cu proprietatea dorită, $\Longrightarrow n \neq 1$ și $n = p\ prim \Longrightarrow$

$p + 2 + p + 1 = 2017 \Longrightarrow 2p = 2014 \Longrightarrow p = 1007 = 19 \cdot 53\ compus\ \Longrightarrow nu\ exist$ă

4. Construim în exteriorul ΔABC ΔLMC $echilateral$ $(ca\ in\ figur$ă) și notăm

$m(\widehat{ALK}) = x \Longrightarrow m(\widehat{BKL}) = 60^0 - x \Longrightarrow m(\widehat{AKL}) = 120^0 + x$

Dar $m(\widehat{KLM}) = 120^0 + X \Longrightarrow \Delta AKL \equiv \Delta MLK(L.U.L) \Longrightarrow m(\widehat{MKL}) = x \Longrightarrow m(\widehat{MKB}) = 60^0$

Dar $AL \equiv MK$ $și$ $AL \equiv BK \Longrightarrow KM \equiv KB \overset{1}{\Rightarrow} \Delta BKM$ $echilateral$

$\widehat{KMB} \equiv \widehat{LMC} = 60^0 \Longrightarrow \widehat{KML} \equiv \widehat{BMC} \Longrightarrow \Delta KLM \equiv \Delta BCM(L.U.L)$