

Rezolvare clasa a 7-a

1. a) $a = b = \sqrt{2} \Rightarrow 4(4 + 4) = 2(8 + 8)A$
 b) $\Leftrightarrow a^4 b^4 + 4a^2 b^2 - 2a^6 - 2b^6 = 0 \Leftrightarrow$
 $a^4(b^4 - 2a^2) - 2b^2(b^4 - 2a^2) = 0 \Leftrightarrow (a^4 - 2b^2)(b^4 - 2a^2) = 0$
 $\Leftrightarrow a^4 = 2b^2 \text{ sau } b^4 = 2a^2 \Leftrightarrow \left(\frac{a^2}{b}\right)^2 = 2 \text{ sau } \left(\frac{b^2}{a}\right)^2 = 2 \Leftrightarrow \frac{a^2}{b} = \pm\sqrt{2} \text{ sau } \frac{b^2}{a} = \pm\sqrt{2}$

2. a) $M = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

b) Vom demonstra că M are maxim 7 elemente.

Fie $b < c$ cele mai mari numere pozitive ale lui M și a un element pozitiv

$\Rightarrow a + b > \max(a, b) \Rightarrow a + b = c \Rightarrow a = c - b \Rightarrow M$ are maxim 3 elemente pozitive.

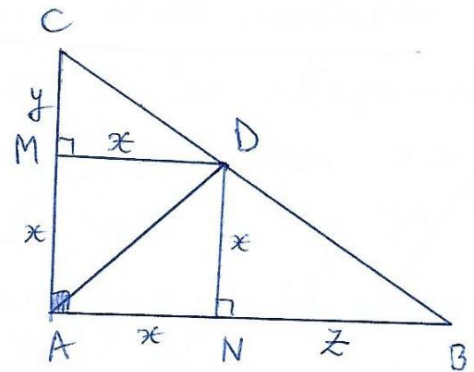
Analog M are maxim 3 elemente negative $\Rightarrow M$ are maxim 7 elemente (inclusiv 0)

3. $\Delta CMD \sim \Delta DNB \Rightarrow \frac{y}{x} = \frac{x}{z} \Rightarrow x^2 = y \cdot z$

$BD^2 = x^2 + z^2; AD = x\sqrt{2}$

$CD^2 = x^2 + y^2 \Rightarrow$ Relația dată este echivalentă cu:

$$\frac{1}{x^2 + z^2} + \frac{1}{x^2 + y^2} = \frac{1}{x^2} \Leftrightarrow x^2(2x^2 + y^2 + z^2) = x^4 + x^2y^2 + x^2z^2 + y^2z^2 \Leftrightarrow x^4 = y^2z^2$$

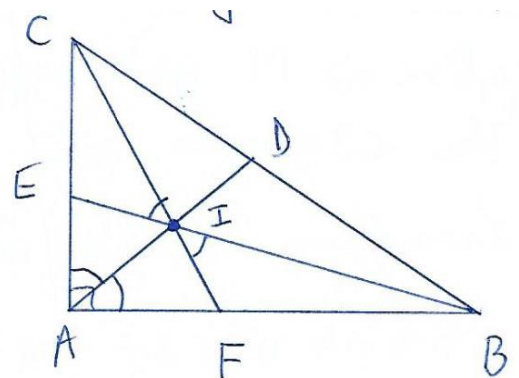


b) $m(\widehat{CIE}) = m(\widehat{BIF}) = m(\widehat{CAI}) = m(\widehat{BAI}) = 45^\circ \Rightarrow$

$\Delta CIE \sim \Delta CAI (U. U.)$

$\Delta BIF \sim \Delta BAI (U. U.)$

$\Rightarrow \frac{CI}{IE} = \frac{AC}{AI} \text{ și } \frac{BI}{IF} = \frac{AB}{AI} \Rightarrow \frac{BI}{IF} \cdot \frac{IE}{CI} = \frac{AB}{AI} \cdot \frac{AI}{AC} = \frac{AB}{AC}$



4) a) Fie $G \in (AC)$ a.î. $AG \equiv GF \equiv FC$ și ducem $DM \perp AC$

Notăm $AD = l \Rightarrow AC = l\sqrt{3} \Rightarrow GF = \frac{l\sqrt{3}}{3}$

$$GM = \frac{l\sqrt{3}}{6} \text{ iar } DM = \frac{AD}{2} = \frac{l}{2} \Rightarrow DG^2 = \frac{3l^2}{36} + \frac{l^2}{4} = \frac{4l^2}{12} \Rightarrow DG = \frac{l\sqrt{3}}{3} \Rightarrow$$

$$AG \equiv DG \Rightarrow m(\widehat{ADG}) = 30^\circ$$

b) $\widehat{ABD} \equiv \widehat{DGF} = 60^\circ$ ($\sphericalangle DGF$ exterior)

$\Rightarrow ABDG$ inscriptibil $\Rightarrow \sphericalangle ABG \equiv \sphericalangle ADG = 30^\circ$

EF linie mijlocie în $\triangle BGC \Rightarrow EF \parallel BG$ și EM linie mijlocie în

$\triangle ABC \Rightarrow EM \parallel AB \Rightarrow \widehat{MEF} \equiv \widehat{ABG} = 30^\circ \Rightarrow \widehat{MEF} \equiv \widehat{MDF} = 30^\circ \Rightarrow DMFE$ inscriptibil

