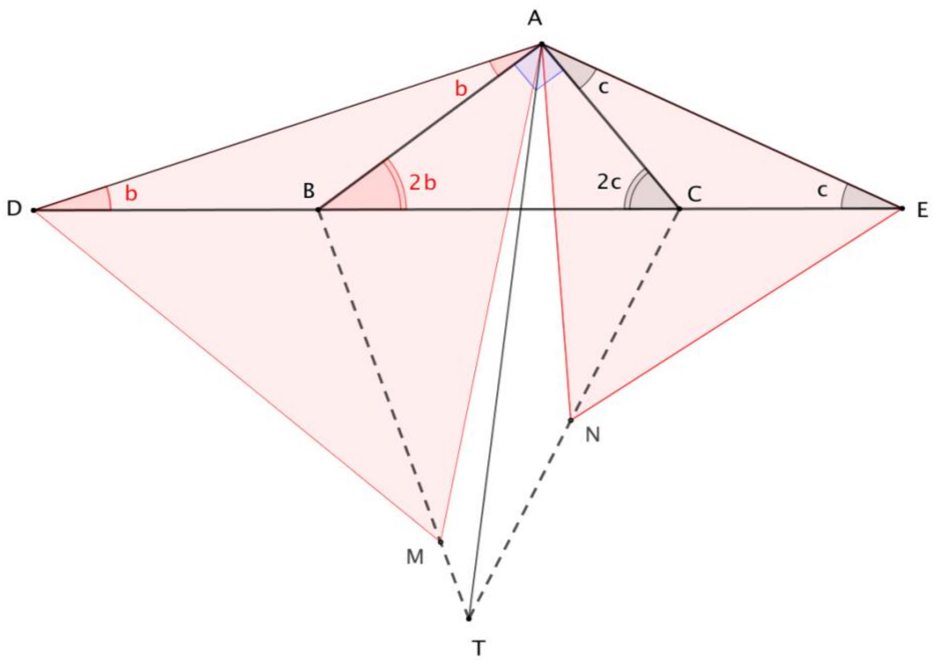
Rezolvari clasa a VI-a

1. a) Formăm cutiile {1,2}, {3,4},…{2017, 2018} => din principiul cutiei 2 nr. consecutive => (n, n+1) = 1| c.
   b) Orice submulțime cu 1010 elemente conține cel puțin un nr. par și cel puțin un nr. impar c
      i) dacă are 2 nr. pare a,b => (a,b) = par ∤ c = impar.
      ii) dacă toate sunt impare si unul par, de exemplu 3= (3,9) ∤ 2017.

2.

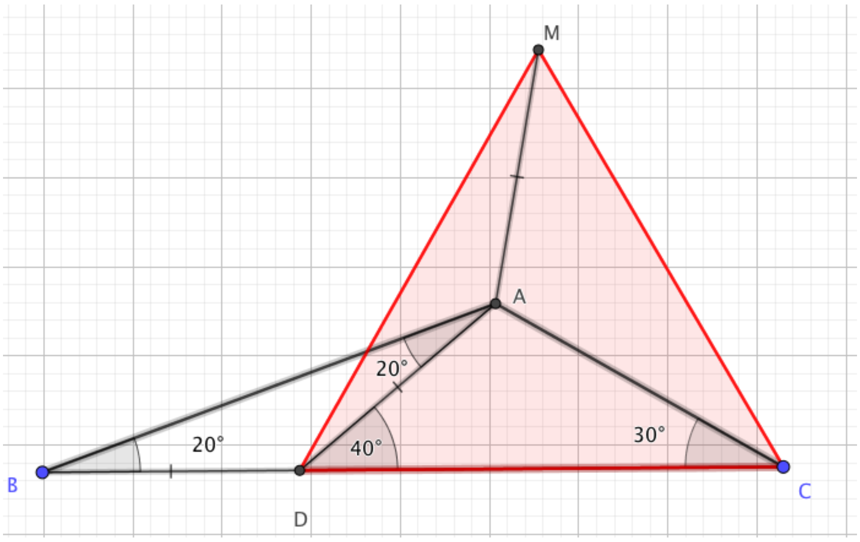


a) Notăm m($\widehat{BAD}$)=b, m($\widehat{CAE}$)=c => m($\widehat{ABC}$)=2b, m($\widehat{ACB}$)=2c => b+c = 45^0 => m($\widehat{BAM}$)= 60^0-b, m($\widehat{CAN}$)=60^0-c => m($\widehat{MAN}$)= 90^0- [120^0-(b+c)]= 90^0- (120^0-45^0) = 90^0 -75^0=15^0.

b) AB≡BD
AM≡MD ➡ BM mediatoarea lui AD
Analog CN mediatoarea lui AE ➡ DT≡AT și AT≡TE =>
DT≡TE => ΔDTE isoscel =>

$\widehat{BAT} \equiv \widehat{BDT}$, $\widehat{CAT} \equiv \widehat{CET}$ => $\widehat{TDE} + \widehat{DET}$= 90^0 => $\widehat{DTE}$= 90^0 => ΔDTE dreptunghic isoscel.

3.



Construim ca in figură

ΔMDC echilateral => $\Delta MAC \equiv \Delta DAC$ (L.U.L.) => $MA \equiv AD \equiv BD$

m($\widehat{ADC}$)=40^0 => m($\widehat{ADM}$)=20^0 => $\Delta MAD \equiv \Delta ADB$ (L.U.U.) => $MD \equiv DC$ => $D\boldsymbol{C} \equiv AB$.

4. Evident $2,5 \nmid n$ Presupunem prin absurd că nu are factori primi ≥ 11 => el are doar factori primi 3 sau 7 => $n=3^x \cdot 7^y$. Vom arăta că un astfel de nr. are penultima cifră pară.

$u_2(7^y) \in \{07, 49, 43, 01\}$

$u_2(3^x) \in \{03, 09, 27, 81, 43, 29, 87, 61, 83, 49, 47, 41, 23, 69, 07, 21, 63, 89, 67, 01\}$ => penultima cifra a lui 7^y și a lui 3^x este pară.

Avem $\overline{p_1 i_1} \cdot \overline{p_2 i_2} = \overline{ai}$ $\quad i_1, i_2 \in \{1, 3, 7, 9\}$

p_1, p_2 = cifre pare

a pară deoarece $p_1 i_2 + p_2 i_1$ pară și $u_2(i_1 \cdot i_2)$= pară

=> presupunerea făcută este falsă => are un factor prim ≥ 11.