Barem orientativ clasa a VI-a

1) $p \geq 5 \Rightarrow \left.\begin{matrix} p^2 = M_3 + 1 \Rightarrow p^2 + 11 = M_3 \\ p^2 = M_4 + 1 \Rightarrow P^2 + 11 = M_4 \end{matrix}\right\} \Rightarrow p^2 + 11 = M_{12}$ (3p)

   $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ și $p^2 + 11 > 12$
   $\Rightarrow p^2 + 11$ are mai mult de 6 divizori (2p)
   $p = 2 \Rightarrow p^2 + 11 = 15$; card $D_{15} = 4$
   $p = 3 \Rightarrow p^2 + 11 = 20$, card $D_{20} = 6 \Rightarrow p = 3$ unica soluție (2p)

2) Fie cei 50 de copii
   Presupunem prin reducere la absurd concluzia falsă (2p)
   ⇒În figurile I și II nu există două fete vecine (3p)
   ⇒În figurile I și II există maxim 12 fete (în fiecare) (1p)
   ⇒în total maxim 24 fete, contradicție (1p)

3) Fie M mijlocul lui BC (1p)
   $\Rightarrow BD \equiv DM \Rightarrow \triangle ABM$ isoscel (1p)
   $\Rightarrow \widehat{AMB} \equiv \hat{B}$. Dar $\widehat{AMB} = \widehat{MAC} + \hat{C} \Rightarrow 2\hat{C} = \widehat{MAC} + \hat{C} \Rightarrow \hat{C} = \widehat{MAC} \Rightarrow \Delta AMC$ isoscel ⇒ (3p)
   $AM \equiv MC \equiv MB \Rightarrow \Delta ABC$ dreptunghic $\left(mediana = \frac{latura}{2}\right) \Rightarrow \hat{A} = 90^0$ (2p)

4) a) M. N, mijloacele laturilor $[AB]$ $respectiv$ $[AC]$, $AS \perp MN, BP \perp MN, CS \perp MN$ (2p)
   $\Delta ASM \equiv \Delta BPM$ (I.U.), $\Delta ASN \equiv \Delta CQN$ (I.U.) ⇒ BPQC dreptunghi (1p)

   b) $AM\ bis. \hat{A}$, $P \in [AC, N \in [AB$ a.î. $\widehat{AMP} \equiv \widehat{AMN} = 30^0$ (2P)
   $\widehat{MAC} \leq 45^0, \widehat{ACB} < 90^0 \Rightarrow \widehat{AMC} \geq 45^0 \Rightarrow P \in [AC]$, analog $N \in [AB]$ (1P)
   $\Delta AMP \equiv \Delta AMN$ (U.L.U) $\Rightarrow MP \equiv MN \Rightarrow \Delta MNP$ isoscel. Dar $\widehat{PMN} = 60^0 \Rightarrow \Delta NMP$ echilateral (1p)