Scoala Gimnaziala nr. 97
Bucuresti, sector 4

MATE

Concurs

Turneul Olimpicilor

Clasa a V/-a

18 Mai 2019

1) Pentru n≥2, n număr natural, considerăm mulțimile:
$A_n = \{\ n*(n-1)*(n-2)*.....*3*2*1 \mid * \text{ este } + \text{ sau } - \}$.

a) Determinați $A_4 \cap \mathbf{N}$

b) Determinați $A_{2018} \cap A_{2019}$

c) Arătați că $\{0, 2018, 2019\} \subset A_{2018} \cup A_{2019}$.

2) Fie triunghiul echilateral ABC. În interiorul unghiului $\angle ABC$ se consideră punctul E astfel încât $BE \equiv AB$ și punctul D pe bisectoarea $\angle CBE$ astfel încât $AD \equiv BD$.

a) Determinați măsura unghiului $\angle BED$.

b) Arătați că AC este bisectoarea $\angle DAE$.

3) Fie A o mulțime de numere naturale cu 2019 elemente cu proprietatea că pentru orice două numere naturale x și y care nu aparțin lui A nici numerele x+y, 2x, 2y nu aparțin lui A. Notăm cu S suma elementelor lui A. Determinați valoarea maximă pe care o poate avea S.

4) Se consideră triunghiul ABC dreptunghic în A și punctele $M \in (BC)$, $N \in (AC)$ și $P \in (AB)$ astfel încât $MN \perp MP$, $CN \equiv BP$, $MN \equiv MP$. Demonstrați că $BP \equiv MN$.

Timp de lucru : 3 ore. Fiecare problemă se punctează corespunzator de la 0 la 7 puncte.