

**OLMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ
ETAPA LOCALĂ 2003 – 2004**

Clasa a VII – a

1. Aflați $x \in \mathcal{Q}$, din egalitățile:

a) $\frac{2^{1988}}{x} = \frac{4^{993}}{0,25}$; b) $\left(-\frac{1}{2}\right)^{100} : \frac{1}{2^{98}} \cdot x = \left(-\frac{1}{2}\right) \cdot \left(-\frac{1}{2}\right)^{200} + \frac{1}{2^{201}}$

2. Să se demonstreze că:

$$\frac{x^2 - 4x + 125}{x - 2} + \frac{y^2 - 4y + 173}{y - 2} + \frac{z^2 - 4z + 293}{z - 2}, \quad x, y, z \in \mathbb{R}, x > 2, y > 2, z > 2.$$

Când avem egalitate ?

prof. Pleșa Romulus, prof. Pleșa Viorica

3. Fie ABC un triunghi dreptunghic ($A = 90^\circ$) și D proiecția lui A pe BC. Dacă bisectoarea unghiului B intersectează pe $[AD]$, $[AC]$ și perpendiculara în C pe BC respectiv în punctele I, E, F, să se arate că:

a) $\triangle AIE$ și $\triangle CEF$ sânt triunghiuri isoscele;

b) are loc relația: $AI^2 = ID \cdot FC$;

c) dacă E este mijlocul segmentului $[BF]$, atunci $m(\hat{B})$ este egală cu 60° și $AI = 2 \cdot ID$.

prof. Gal - Chis Alexandru

4. In triunghiul echilateral ABC, $M \in (AB)$, $N \in (BC)$ și D este mijlocul laturii AC.

a) Demonstrați că $MN < AN < AC$

b) Dacă $m(\angle MND) = 90^\circ$ stabiliți care din afirmațiile de mai jos este corectă și justificați răspunsul:

i) $BM < BN$;

ii) $BM = BN$;

iii) $BM > BN$.

Notă:

- toate subiectele sunt obligatorii;
- timp de lucru: trei ore;
- fiecare problemă se notează cu puncte întregi de la 0 la 7.