

- 1.** Suma $10101 + 20202 + 30303 + \dots + 90909$ este egal\ cu
 A) 554545 B) 555555 C) 454545 D) 455545 E) 445545

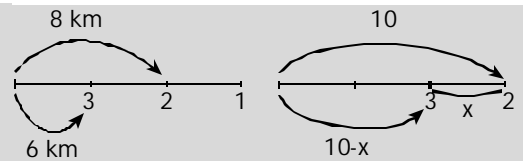
$$10101(1+2+\dots+9) = 10101 \cdot \frac{9 \cdot 10}{2} = 10101 \cdot 45 = 454545 \quad \boxed{C}$$

- 2.** Într-o curs\ de 10 km, când primul concurent termin\, este la 2 km fa\ de al doilea concurent [i la 4 km fa\ de al treilea. {tiind c\ viteza concuren]ilor este constant\, care va fi diferen]a dintre al doilea [i al treilea când cel de-al doilea termin\ cursa?

- A) 2 B) $2\frac{1}{2}$ C) $2\frac{1}{4}$ D) $2\frac{3}{4}$ E) 3

Al doilea a parcurs 8 km, al treilea 6 km,
 Al doilea a parcurs 10 km, al treilea $(10 - x)$ km

$$\frac{8}{10} = \frac{6}{10-x} \Rightarrow 10-x = \frac{60}{8} \Rightarrow x = 2\frac{1}{2} \quad \boxed{B}$$



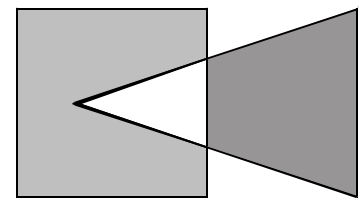
- 3.** Fiind date $\frac{a_1}{b_1} = 1, \frac{a_2}{b_2} = 2, \dots, \frac{a_n}{b_n} = n, n \in \mathbb{N}^*,$ g\si]i $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + 2b_2 + \dots + nb_n}.$

- A) 1/3 B) 1/2 C) 1 D) 2/3 E) 2

$$a_1 = b_1; a_2 = 2b_2; \dots; a_n = nb_n; \frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{b_1 + 2b_2 + \dots + nb_n} = \frac{b_1 + 2b_2 + 3b_3 + \dots + nb_n}{b_1 + 2b_2 + 3b_3 + \dots + nb_n} = 1 \quad \boxed{C}$$

- 4.** În figura al\turat\ este ha[urat\ $\frac{5}{6}$ din aria p\tratului [i $\frac{2}{3}$ din aria triunghiului. Care este raportul dintre aria p\tratului [i aria triunghiului?

- A) 2 B) 1/2 C) 3
 D) 1/5 E) 5/4



Fie P - aria patratului si T - aria triunghiului mare. Aria triunghiului mic este:

$$P - \frac{5}{6}P = T - \frac{2}{3}T \Leftrightarrow P \cdot \frac{1}{6} = T \cdot \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{P}{T} = 2 \quad \boxed{A}$$

- 5.** Care din urm\toarele numere se afl\ între 1/15 [i 1/16?

- A) 31/640 B) 31/480 C) 30/491 D) 1/17 E) 17/240

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{15} = \frac{32}{480} \\ \frac{1}{16} = \frac{30}{480} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{31}{480} \text{ este numarul cautat } \quad \boxed{B}$$

6. Dacă $a = \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8}$ [i $b = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}$, afla] $\frac{a+b}{a-b}$.

- A) 3/4 B) -4/3 C) -2/3 D) 3/8 E) 4/3

$$\frac{a+b}{a-b} = \frac{\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8}}{\frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8} - \frac{1}{2} - \frac{1}{4} - \frac{1}{8}} = -\frac{4}{3} \quad \boxed{\text{B}}$$

7. Consider\m mul]imile:

- $E = \{\text{mul]imea oamenilor dintr-un tren}\}$
 $M = \{\text{b\lrbajii din tren}\}$
 $T = \{\text{oameni de peste 25 de ani din tren}\}$
 $S = \{\text{juc\tori de biliard}\}$

Dac\ $T \cap (E \setminus M) = \emptyset$ atunci:

- A) În tren nu sunt femeii cu vârsta peste 25 de ani.
 B) To]i b\lrbajii din tren au mai pu]in de 25 de ani.
 C) Toate persoanele din tren sunt femeii.
 D) În tren sunt juc\tori de biliard care au peste 25 de ani.
 E) Toate femeile din tren sunt tinere juc\toare de biliard.

$E \setminus M = \{\text{multimea femeilor din tren}\}$

$T \cap (E \setminus M) = \{\text{multimea femeilor din tren care au peste 25 de ani}\}$

$T \cap (E \setminus M) = \emptyset \Rightarrow$ în tren nu sunt femeii cu vârsta peste 25 de ani $\boxed{\text{A}}$

8. Când baza unui triunghi cre[te cu 10% [i în\]imea descre[te cu 10%, atunci aria se modif\ astfel:

- A) cre[te cu 1% B) cre[te cu 1/2% C) 0%
 D) descre[te cu 1/2% E) descre[te cu 1%

$$A_{\text{veche}} = \frac{h \cdot b}{2}; A_{\text{noua}} = \frac{90\% \cdot h \cdot 110\% \cdot b}{2} = \frac{90}{100} \cdot \frac{110}{100} \cdot \frac{h \cdot b}{2} = \frac{99}{100} \cdot \frac{h \cdot b}{2} = \frac{99}{100} \cdot A_{\text{veche}}$$

A_{noua} descreste cu 1%. $\boxed{\text{E}}$

9. Ultima cifr\ a rezultatului diferen]ei $2004^{2004} - 2003^{2003}$ este:

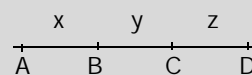
- A) 5 B) 6 C) 7 D) 8 E) 9

$$\left. \begin{array}{l} u(2004^{2004}) = u(4^2) = 6 \\ u(2003^{2003}) = u(3^3) = 7 \end{array} \right\} \Rightarrow u(2004^{2004} - 2003^{2003}) = 9 \quad \boxed{\text{E}}$$

10. A, B, C, D sunt patru puncte colineare (pe aceea[i drept\), în această ordine, astfel încât $2AC = AB + AD$ [i $BD = 2^{32}$ cm. Lungimea lui BC este:

- A) 2^{16} cm B) 1 cm C) 2^{32} cm D) 2^{31} cm E) 2 cm

$$\left. \begin{array}{l} 2(x+y) = x + (x+y+z) \Leftrightarrow y = z \\ BD = y + z = 2^{32} \end{array} \right\} \Rightarrow 2y = 2^{32} \Rightarrow y = 2^{31} \quad \boxed{\text{D}}$$



11. Fie $a, b, c, d, e \in \mathbb{Q} - \{-1\}$, iar $\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} + \frac{1}{d+1} + \frac{1}{e+1} = \frac{5}{2}$.

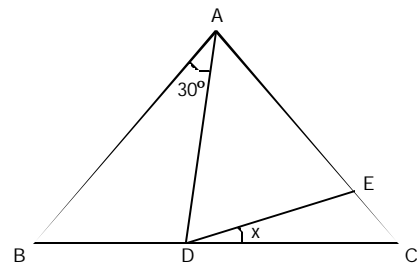
Gasiți valoarea expresiei $\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} + \frac{d}{d+1} + \frac{e}{e+1}$.

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 5/2 E) 3/2

$\frac{1}{a+1} + \frac{1}{b+1} + \frac{1}{c+1} + \frac{1}{d+1} + \frac{1}{e+1} = \frac{5}{2}$	+ adunam membru cu membru D
$\frac{a}{a+1} + \frac{b}{b+1} + \frac{c}{c+1} + \frac{d}{d+1} + \frac{e}{e+1} = x$	
$5 = \frac{5}{2} + x \Leftrightarrow x = \frac{5}{2}$	

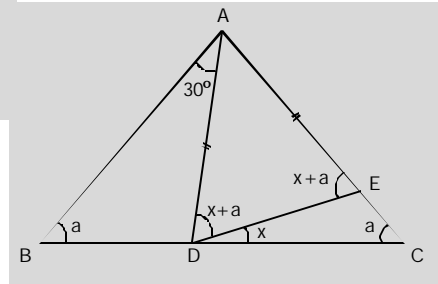
12. În figura alăturată, $AB=AC$ și $\angle BAD=30^\circ$. Dacă $AE=AD$, aflați x .

- A) $7\frac{1}{2}^\circ$ B) 10° C) $12\frac{1}{2}^\circ$
 D) 15° E) 20°



$m(\angle ADC) = m(\angle BAD) + m(\angle ABD)$

$2x + a = a + 30^\circ \Rightarrow x = 15^\circ$ **D**



13. După o reducere de 20%, un produs costă 325\$. Cu ce procent trebuie să mărim costul să-l aduce la prețul inițial?

- A) 100% B) 50% C) 25% D) 20% E) 15%

$x \rightarrow$ prețul inițial; $x - \frac{20}{100}x = 325 \Leftrightarrow \frac{4}{5}x = 325 \Rightarrow x = \frac{1625}{4}$;

$y \rightarrow$ procentul de mărire; $325 + \frac{y}{100} \cdot 325 = x = \frac{1625}{4} \Leftrightarrow 325 \cdot \frac{100+y}{100} = \frac{1625}{4} \Rightarrow 100+y = 125 \Rightarrow y = 25$ **C**

14. Aflați jumătatea numărului $A = 4^{20} + 4^{20} + 4^{20} + 4^{20}$

- A) $4^{10} + 4^{10} + 4^{10} + 4^{10}$ B) $2^{20} + 2^{20} + 2^{20} + 2^{20}$
 C) $2^{40} + 2^{40}$ D) $4^{40} + 4^{40}$ E) $4^{10} + 4^{10}$

$A = 4^{20} + 4^{20} + 4^{20} + 4^{20} = 4 \cdot 4^{20} = 4 \cdot 2^{20} = 4 \cdot 2^{40}$; $\frac{A}{2} = 2 \cdot 2^{40} = 2^{40} + 2^{40}$ **C**

15. Într-un triunghi ABC, $AB=12$, $AC=7$, $BC=10$. Dacă laturile AB și AC sunt dublate în timp ce BC rămâne la fel, care din următoarele este adevărat pentru figura ce se obține din aceste segmente?

- A) aria de dublează B) înălțimea se dublează
 C) aria crește de 4 ori D) mediana nu se schimbă
 E) aria este zero

După dublarea dimensiunilor $AB = 24$; $AC = 14$; $BC = 10$.

$$AB = AC + BC \Leftrightarrow 24 = 14 + 10$$

Dar din inegalitatea triunghiului $AB < AC + BC \Rightarrow \text{Aria} = 0$ **[E]**

16. Media aritmetică a trei numere este 40. Găsiți numerele (ținând că ele sunt direct proporționale cu primele trei numere prime.

- A) 24;36;60 B) 8;12;20 C) 16;24;40 D) 20;30;50 E) 20;40;60

Fie a, b, c cele trei numere.

$$\begin{cases} \frac{a+b+c}{3} = 40 \\ \frac{a}{2} = \frac{b}{3} = \frac{c}{5} = K \Rightarrow a = 2K, b = 3K, c = 5K \end{cases} \Rightarrow \frac{2K + 3K + 5K}{3} = 40$$

$$\Rightarrow 10K = 120 \Rightarrow K = 12 \Rightarrow \begin{cases} a = 24 \\ b = 36 \\ c = 60 \end{cases} \text{ **[A]**}$$

17. Dacă $a \neq 0$ și $\frac{a-b-c}{b+c} = \frac{2a-3}{3}$, aflați suma $b+c$.

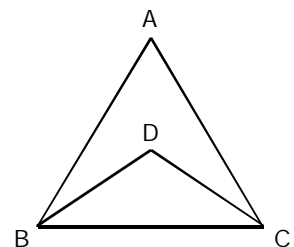
- A) 3/2 B) 2/3 C) 3 D) 5/3 E) 1/3

$$\frac{a-b-c}{b+c} = \frac{2a-3}{3} \Leftrightarrow \frac{a-(b+c)}{b+c} = \frac{2a}{3} - 1 \Leftrightarrow \frac{a}{b+c} - 1 = \frac{2a}{3} - 1 \Leftrightarrow \frac{a}{b+c} = \frac{2a}{3}$$

Deci $b+c = \frac{3}{2}$ **[A]**

18. Fie BDC un triunghi isoscel cu $BD=DC=4$ cm. Câte triunghiuri echilaterale ABC, cu laturile numere întregi (și care conțin în interior punctul D, pot fi construite?

- A) 1 B) 2 C) 3
 D) 4 E) 0



Din inegalitatea triunghiulară $BC < BD + DC = 8$. BC poate avea 1, 2, 3, ..., 7 cm. Pentru ca $D \in \text{Int}_{ABC}$ trebuie ca $DC < AC \Rightarrow AC < 4$ cm. Deci se pot forma triunghiuri cu latura 5, 6 și 7, în total 3. **[C]**

19. Numerele de telefon dintr-un oraș au 2 cifre. Ele sunt cuprinse între 00 și 99, dar nu toate sunt folosite. Dacă cele două cifre ale unui număr folosit sunt inversate, numărul care rezultă ori aparține aceleiași persoane ori devine unul din numerele nefolosite. Numărul maxim de persoane care au numere de telefon este:

- A) mai mic de 45 B) 45 C) între 45 și 55
D) 55 E) mai mare de 55

Ca să aflăm numărul minim luăm numerele care au ambele cifre la fel: 00, 11, ..., 99 (sunt 10) și din celelalte numere, numai jumătate: $\frac{100-10}{2} = 45$. Așadar numărul maxim este $10 + 45 = 55$. **D**

20. Găsește valoarea lui x în ecuația $ax + 5bx + 4 + 4cx = 180$ dacă $a + b = 24$ și $b + c = 38$.

- A) 12 B) 7 C) 4 D) 1 E) -2

$ax + bx + 4bx + 4cx + 4 = 180 \Leftrightarrow x(a + b) + 4x(b + c) + 4 = 180 \Rightarrow x \cdot 24 + 4x \cdot 38 + 4 = 180$
 $\Leftrightarrow 176x = 176 \Rightarrow x = 1$ **D**

21. Află produsul dintre valorile expresiilor de forma $x^y - y^x$ unde $x, y \in \{1, 2, 3, 4, \dots, 9, 10\}$ și $x \neq y$.

- A) 11010 B) 99020 C) 750 D) 11100 E) 0

Pentru $x = 2$ și $y = 4$, $x^y - y^x = 2^4 - 4^2 = 0$. Deci produsul expresiilor va fi 0. **E**

22. Într-un grup de vaci și pui, numărul de picioare este cu 14 mai mare decât dublul numărului de capete. Numărul de vaci este:

- A) 5 B) 7 C) 10 D) 12 E) 14

$V \rightarrow$ nr. de vaci nr. de picioare: $4V + 2P$
 $P \rightarrow$ nr. de pui nr. de capete: $V + P$ $\Rightarrow 2V + 2P + 14 = 4V + 2P \Rightarrow 2V = 14 \Rightarrow V = 7$ **B**

23. Se consideră ecuația $kn^2 = 182$, unde k este un număr rațional cuprins între 2 și 5, iar n este un număr natural. Cea mai mare valoare posibilă a lui n este:

- A) 12 B) 10 C) 6 D) 7 E) 9

$kn^2 = 182 = 2 \cdot 9^2 \Rightarrow$ dacă $k = 2 \Rightarrow n = 9$ care este și valoarea maximă **E**

24. Un zugrav care stă pe o scară observă că sub treapta pe care stă sunt de două ori mai multe trepte decât sunt deasupra. După ce coboară opt trepte observă că numărul de trepte de deasupra și dedesubt sunt egale. Numărul de trepte ale scării este:

- A) 27 B) 31 C) 32 D) 48 E) 49

Fie a numărul de trepte de deasupra $\Rightarrow 2a$ nr. de trepte de dedesubt. După ce coboară 8 trepte deasupra vor fi $a + 8$, iar dedesubt $2a - 8$. $a + 8 = 2a - 8 \Leftrightarrow a = 16$. Scara va avea $a + 2a + 1 = 49$ de trepte. **E**

25. În pătratul alăturat de 5×5 pătrățele, 1, 2, 3, 4 și 5 completează întreg pătratul mare astfel încât fiecare număr nu apare pe un rând sau o coloană decât o singură dată. Ce cifră trebuie completată în locul lui x în pătratul alăturat?

1	2			
				1
	x	4		
2		5		
	5			4

- A) 1 B) 2 C) 3
D) 4 E) 5

x nu poate fi 2 sau 5 pentru ca sunt pe aceeași coloană.

x nu poate fi 4 pentru ca e pe aceeași linie.

Se observă din pătrat că x nu poate fi 3.

$x = 1$. **A**

26 Dacă numerele $p-3$ și p sunt simultan prime și x este un număr prim natural astfel încât $x^2 + 16 \leq p^2$, atunci valoarea maximă a lui x este:

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 9 E) 10

$p, p-3$ simultan prime $\Rightarrow p-3=2 \Rightarrow p=5$

$x^2 + 16 \leq 25 \Leftrightarrow x^2 \leq 9 \Rightarrow x_{\max} = 3$ **A**

27. Dacă $x = 4y + 5$ și $y = 6z + 4$, atunci aflați restul împărțirii lui x la 12.

- A) 5 B) 7 C) 9 D) 11 E) 10

$x = 4y + 5 = 4(6z + 4) + 5 = 24z + 21 = 24z + 12 + 9 = 12(2z + 1) + 9 \Rightarrow$ restul împărțirii e 9. **C**

28. Dacă $x < 0$ și $x + y > 0$, simplificați $|-x| - |x-y| + |-x-y|$.

- A) $2x-y$ B) $y-2x$ C) x D) $x-y$ E) $-x$

$x < 0 \Rightarrow -x > 0$

$\left. \begin{array}{l} x+y > 0 \\ x < 0 \end{array} \right\} \Rightarrow y > 0 > x \Rightarrow x-y < 0$

$\left| \begin{array}{l} -x \\ >0 \end{array} \right| - \left| \begin{array}{l} x-y \\ <0 \end{array} \right| + \left| \begin{array}{l} -(x+y) \\ >0 \end{array} \right| = -x - (y-x) + x + y = x$ **C**

29. Pe o stradă cu 150 de case se distribuie în fiecare dimineață trei ziare diferite: T, G și M. Dintre acestea, 40 primesc ziarul T, 35 ziarul G și 60 ziarul M; 7 primesc ziarul T și G, 10 primesc ziarul G și M iar 4 primesc ziarul T și M; 34 nu primesc nici un ziar. La câte case se aduc toate cele trei ziare?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

$150 - 34 = 116$ case care primesc ziarul

$116 = 40 + 35 + 60 - (7 + 10 + 4) + x$, $x \rightarrow$ nr. de case care primesc toate cele trei ziare

$116 = 135 - 21 + x \Rightarrow x = 2$ **B**

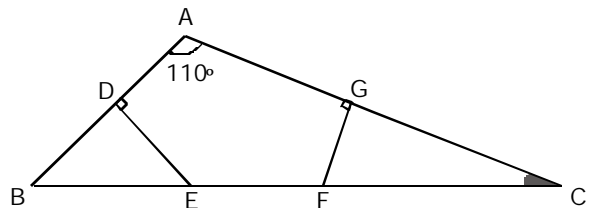
30. Dacă $m = \frac{8}{9} + \frac{9}{11} + \frac{11}{13} + \frac{13}{15}$ exprimați $\frac{26}{9} + \frac{31}{11} + \frac{24}{13} + \frac{28}{15}$ în funcție de m .

- A) $4+m$ B) $8+m$ C) $m-4$ D) $m-8$ E) $m+6$

$$\frac{18+8}{9} + \frac{22+9}{11} + \frac{13+11}{13} + \frac{15+13}{15} = 2 + \frac{8}{9} + 2 + \frac{9}{11} + 1 + \frac{11}{13} + 1 + \frac{13}{15} = 6 + \underbrace{\frac{8}{9} + \frac{9}{11} + \frac{11}{13} + \frac{13}{15}}_m = 6 + m \quad \boxed{E}$$

31. Fie $\triangle ABC$ un triunghi în care $m(\angle BAC) = 110^\circ$, $DE \perp AB$, $AD \equiv DB$, $FG \perp AC$, $AG \equiv GC$, $BE \equiv EF$. Aflați măsura unghiului $\angle BCA$:

- A) 10° B) 15° C) 20°
D) 25° E) 30°

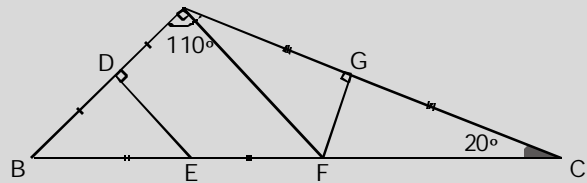


$AD = BD$
 $BE = EF$ \Rightarrow $[DE]$ linie mijlocie în $\triangle ABF \Rightarrow$

$\Rightarrow DE \parallel AF$
 $DE \perp AB$ $\Rightarrow AF \perp AB \Rightarrow m(\angle BAF) = 90^\circ$

$$m(\angle FAC) = 110^\circ - 90^\circ = 20^\circ$$

$AG = GC \Rightarrow [FG]$ mediana în $\triangle AFC$
 $[FG]$ înaltime în $\triangle AFC$ $\Rightarrow \triangle AFC$ isoscel $m(\angle FAC) = m(\angle ACB) = 20^\circ \quad \boxed{C}$



32. Fie $a, b \in \mathbb{N}^*$, $3ab + a = 2004$. {tiind că $a < b$, atunci $a + b$ este egal cu:

- A) 502 B) 102 C) 202 D) 117 E) 2005

$3ab + a = 2004 \Leftrightarrow a(3b + 1) = 3 \cdot 2^2 \cdot 167$. Divizorii lui 2004 care sunt de forma $3b + 1$ sunt 4 și 2.

$167 = 334$. Deoarece $b > a$, rezulta $3b + 1 = 334$ și apoi $b = 111$. Atunci $a = 6$ și $a + b = 117$. \boxed{D}

33. x și y sunt două cifre. Aflați cea mai simplă formă a expresiei $\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{0,(xx)} + \frac{1}{0,(yy)}}$.

- A) $1/9$ B) $1/99$ C) $1/11$ D) 9 E) 1

$$\frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{0,(xx)} + \frac{1}{0,(yy)}} = \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{\frac{1}{99\left(\frac{1}{10x+x} + \frac{1}{10y+y}\right)}} = \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{99\left(\frac{1}{11x} + \frac{1}{11y}\right)} = \frac{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}}{11\left(\frac{1}{x} + \frac{1}{y}\right)} = \frac{1}{9} \quad \boxed{A}$$

34. În ecuația $\overline{IC} \cdot \overline{HC} = \overline{BBB}$, literele reprezintă cifre diferite. Calculați suma $I + C + H + B$.

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 24

$\overline{IC} \cdot \overline{HC} = 111 \cdot B = 37 \cdot 3 \cdot B$; Avem 2 cazuri:

a) $\overline{IC} = 37 \Rightarrow 37 = \overline{H7} = 37 \cdot 3 \cdot B$; $u(37 \cdot \overline{H7}) = 9 \Rightarrow B = 9$; $\overline{H7} : 3 \Rightarrow H = 2$

b) $\overline{IC} = 74 \Rightarrow 74 = \overline{H4} = 37 \cdot 3 \cdot B$; $u(74 \cdot \overline{H4}) = 6 \Rightarrow B = 6 \Rightarrow \overline{HC} = 9$ - imposibil

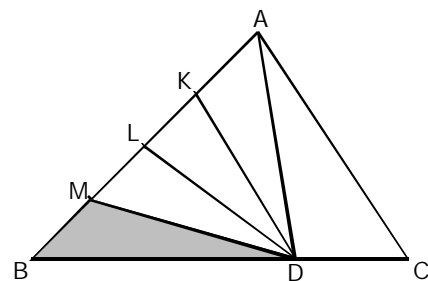
Deci $\begin{cases} \overline{IC} = 37, \overline{HC} = 27, \overline{BBB} = 999 \\ \overline{IC} = 27, \overline{HC} = 37, \overline{BBB} = 999 \end{cases}$

În fiecare caz $I + C + H + B = 3 + 7 + 2 + 9 = 21$ **C**

35. $AK = KL = LM = MB$ și $\frac{DC}{BC} = \frac{1}{3}$. Dacă $A(\Delta ABC) = 36 \text{ cm}^2$,

aflați aria zonei haurate.

- A) 3 cm^2 B) 4 cm^2 C) 6 cm^2
D) 12 cm^2 E) 8 cm^2



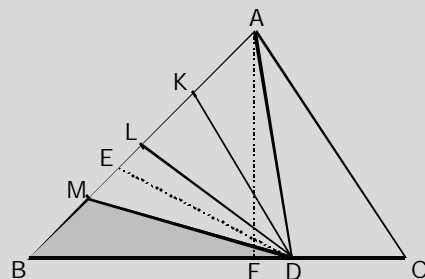
Fie $AE \perp AB$ și $AF \perp BC$.

$$A_{AKD} = \frac{AK \cdot AK}{2} \quad \Rightarrow \quad A_{AKD} = A_{KLD} \quad \text{Analog} \quad A_{AKD} = A_{KLD} = A_{LDM} = A_{MDI}$$

$$A_{KLD} = \frac{KL \cdot AE}{2}$$

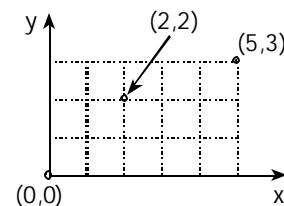
$$A_{ABD} = \frac{AF \cdot BD}{2} = \frac{AF \cdot DC}{2} \cdot 2 = 2 \cdot A_{ADC} = \frac{A_{ABD}}{2}$$

$$A_{ABC} = A_{ABD} + A_{ADC} = A_{ABD} \left(1 + \frac{1}{2}\right) = 4 \cdot A_{BMD} \cdot \frac{3}{2} = 36 \Rightarrow A_{BMD} = 6 \text{ cm}^2 \quad \mathbf{C}$$



36. Câte drumuri există de la punctul $(0,0)$ până la $(5,3)$ care trec prin $(2,2)$? (Un drum este permis numai pe liniile rețelei în sensul pozitiv al axei Ox (adică \rightarrow) sau al axei Oy (adică \uparrow).

- A) 16 B) 18 C) 6
D) 24 E) 10

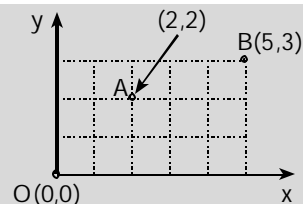


Putem ajunge din punctul O în punctul A prin 6 drumuri diferite.

Putem ajunge din punctul A în punctul B prin 4 drumuri diferite.

Pentru fiecare drum din O în A , putem ajunge din A în B prin 4

drumuri \Rightarrow în total sunt $6 \times 4 = 24$ posibilități **D**



37. Cu câți de zero se termină numărul $A=1\cdot 2\cdot 3\cdot \dots\cdot 162\cdot 163$?

- A) 16 de zero B) 32 de zero C) 38 de zero D) 39 de zero E) 44 de zero

Numărul de zerouri ale lui A este dat de puterea lui 5 la descompunerea în factori. Până la 163 sunt 32 de numere divizibile cu 5 (32 este câtul împărțirii lui 163 la 5). Până la 163 sunt 6 numere divizibile cu 25 ($163:25 = 6$ rest 13) și 1 număr divizibil cu 125. Puterea lui 5 în descompunere este $32+6+1=39 \Rightarrow A = 5^{39} \cdot K$. Întodeauna la descompunerea unui factorial puterea lui 2 va fi mai mare decât puterea lui 5 \Rightarrow numărul de zerouri este puterea lui 5, în cazul nostru A are 39 de zerouri. **[D]**

38. Câte cifre are numărul $A=1234\dots 200220032004$?

- A) 4008 B) 6904 C) 6909 D) 6913 E) 5919

A este compus din numerele de la 1 la 2004, iar numărul de cifre este:

de la 1 ... 9 \rightarrow 9 cifre de la 100 ... 999 \rightarrow $3\cdot 900$ cifre

de la 10 ... 99 \rightarrow $2\cdot 90 = 18$ cifre de la 1000 ... 2004 \rightarrow $4\cdot 1005$ cifre

Total: $9+180+2700+4020 = 6909$ cifre. **[C]**

39. Calculați suma $\frac{1}{1+2} + \frac{1}{1+2+3} + \dots + \frac{1}{1+2+\dots+2004}$.

- A) $\frac{2001}{2004}$ B) $\frac{2003}{2005}$ C) $\frac{2002}{2003}$ D) $\frac{2004}{2005}$ E) $\frac{2000}{2004}$

$$\begin{aligned} S &= \frac{1}{\frac{2\cdot 3}{2}} + \frac{1}{\frac{3\cdot 4}{2}} + \dots + \frac{1}{\frac{2003\cdot 2004}{2}} + \frac{1}{\frac{2004\cdot 2005}{2}} = \frac{2}{2\cdot 3} + \frac{2}{3\cdot 4} + \dots + \frac{2}{2003\cdot 2004} + \frac{2}{2004\cdot 2005} = \\ &= 2\left(\frac{1}{2\cdot 3} + \frac{1}{3\cdot 4} + \dots + \frac{1}{2003\cdot 2004} + \frac{1}{2004\cdot 2005}\right) = 2\left(\frac{3-2}{2\cdot 3} + \frac{4-3}{3\cdot 4} + \dots + \frac{2004-2003}{2003\cdot 2004} + \frac{2005-2004}{2004\cdot 2005}\right) = \\ &= 2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \dots + \frac{1}{2003} - \frac{1}{2004} + \frac{1}{2004} - \frac{1}{2005}\right) = 2\left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2005}\right) = 2\cdot \frac{2003}{2\cdot 2005} = \frac{2003}{2005} \quad \mathbf{[B]} \end{aligned}$$

40. În fiecare zi o mamă își ia copiii de la școală exact la ora 15.00. Ea pleacă de acasă astfel încât să ajungă la școală la 15.00 fix. Într-o zi, ultima oră este anulat și lecțiile se termină la ora 14.00. Copiii au plecat în acea zi spre casă, fără să-și aștepte mama. Pe drum ei se întâlnesc cu mama lor și își continuă drumul în mașina mamei. Au ajuns acasă cu 12 minute mai devreme decât de obicei. Aflați câte minute au mers copiii pe jos în acea zi.

- A) 50 B) 26 C) 48 D) 54 E) 12

Copiii au ajuns acasă cu 12 min înainte, așa că mama s-a întâlnit cu ei 6 minute mai devreme, adică la ora 14:54. Copiii au plecat de la școală la ora 14:00, deci au mers pe jos 54 min. **[D]**