

1. Media aritmetică a 12 numere naturale nenule diferite între ele este 12. Care este cea mai mare valoare posibilă pe care o poate lua vreunul din aceste numere?

- A) 12 B) 24 C) 48 D) 76 E) 78

$\frac{1+2+3+\dots+11+x}{12} = 12 \Rightarrow x = 144 - \frac{11 \cdot 12}{2} = 78$. Am luat primele 11 numere cele mai mici posibile 1,2,3, 4,...,10,11 pentru a afla $x_{\max} = 78$ **[E]**

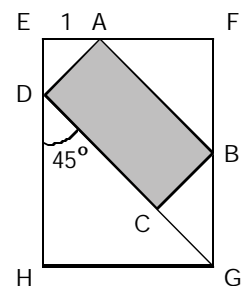
2. Câte din numerele aparținând mulțimii $\{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \dots, \sqrt{2003}, \sqrt{2004}\}$ sunt întregi?

- A) 42 B) 43 C) 44 D) 45 E) 46

$44^2 = 1936 < 2004 < 2025 = 45^2 \Rightarrow 44 < \sqrt{2004} < 45$. Astfel, în mulțimea $\{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \dots, \sqrt{2004}\}$, există 44 de pătrate perfecte. **[C]**

3. În figura alăturată EHGf [i ABCD sunt două dreptunghiuri, B este mijlocul segmentului FG, iar $m(\angle HDC) = 45^\circ$. Dacă EA=1 cm, care este aria lui ABCD?

- A) 4 cm² B) 6 cm² C) 4√2 cm²
D) 2√2 cm² E) 2 cm²



$m(\angle HDG) = 45^\circ \Rightarrow \triangle EAD, \triangle AFB, \triangle BCG$ sunt triunghiuri isoscele; $EA = 1 \Rightarrow AD = BD = CG = \sqrt{2} \Rightarrow BG = 2 \Rightarrow BF = 2 \Rightarrow AB = 2\sqrt{2}$; $A_{ABCD} = AB \cdot BC = 2\sqrt{2} \cdot \sqrt{2} = 4 \text{ cm}^2$ **[A]**

4. Dacă x și y sunt numere diferite de 0, astfel încât $x = 1 + \frac{1}{y}$ și $y = 1 + \frac{1}{x}$ atunci y este egal cu:

- A) x-1 B) 1-x C) 1+x D) -x E) x

$$\begin{aligned} y = 1 + \frac{1}{x} \mid \cdot x &\Rightarrow xy = x + 1 \\ x = 1 + \frac{1}{y} \mid \cdot y &\Rightarrow xy = y + 1 \end{aligned} \Rightarrow x + 1 = y + 1 \Leftrightarrow x = y \quad \mathbf{[E]}$$

5. Din Istanbul, situat la 750 km de București, pleacă un tren la ora 10 dimineața. Acesta merge cu 15 km/h mai încet decât celălalt tren, care a plecat din București spre Istanbul la 8 dimineața. Care este viteza (în km/h) celor două trenuri dacă se întâlnesc la ora 4.00 după-amiaza?

- A) (60,75) B) (47,62) C) (35,50) D) (55,70) E) (45,60)

Fie V_1 viteza trenului care pleacă la 10 dimineața și V_2 viteza trenului care pleacă la 8 dimineața.

$$\begin{aligned} 750 = V_1 \cdot 6 + V_2 \cdot 8 \\ V_1 = V_2 - 15 \end{aligned} \Rightarrow 750 = (V_2 - 15) \cdot 6 + V_2 \cdot 8 \Rightarrow V_2 = 60 \text{ km/h}, V_1 = 45 \text{ km/h} \quad \mathbf{[E]}$$

6. Dacă $a=2^{3^4}$, $b=3^{4^2}$, $c=4^{2^3}$ atunci:

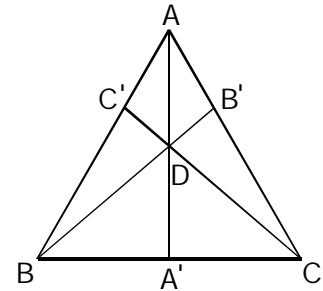
- A) $c < b < a$ B) $a < b < c$ C) $b < a < c$ D) $b < c < a$ E) $c < a < b$

$a = 2^{3^4} = 2^{81}$; $b = 3^{4^2} = 3^{16}$; $c = 4^{2^3} = 4^8 = 2^{16}$; $c < b < a$ **A**

7. ΔABC este un triunghi echilateral.

Dacă $AB' = \frac{1}{3}AC$, $AC' = \frac{1}{3}AB$, atunci:

- A) $AD = DA'$ B) $AD = \frac{4}{3}AA'$ C) $AD = \frac{4}{7}AA'$ D) $AD = \frac{1}{3}AA'$
 E) $AD = DC'$



$\frac{B'C'}{BC} = \frac{AB'}{AC} = \frac{1}{3}$; $\frac{AO}{OA'} = \frac{AB'}{B'C'} = \frac{1}{2} \Rightarrow OA' = 2AO$ (1); $\Delta C'DB' \sim \Delta CDB \Rightarrow \Delta B'DO \sim \Delta BDA' \Rightarrow$
 $\Rightarrow \frac{DO}{DA'} = \frac{B'O}{BA'} = \frac{B'C'}{BC} = \frac{1}{3} \Rightarrow DA' = 3DO$ (2); $AD = AO + OD = \frac{OA'}{2} + OD = \frac{OD + DA'}{2} + OD = 3DO = DA'$ **A**

8. Dacă $x - y = 4$ și $xy = 14$, aflați $(x + y)^2$.

- A) 26 B) 62 C) 72 D) 62 E) 42

$|x - y = 4|^2 \Leftrightarrow x^2 + y^2 - 2xy = 16 + 4xy \Leftrightarrow x^2 + 2xy + y^2 = 16 + 4xy \Leftrightarrow (x + y)^2 = 16 + 4 \cdot 14 = 72$ **C**

9. Două cărți costă 60.000 lei împreună. Dacă prețul uneia dintre ele scade cu 10% iar al celeilalte cu 15% și cî împreună costă 52.800 lei după ieftinire, aflați cât costă cartea mai scumpă?

- A) 30.600 B) 24.000 C) 40.000 D) 36.000 E) 34.000

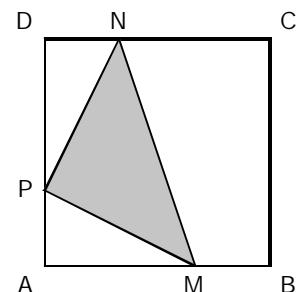
$x, y \rightarrow$ prețul cartilor

$\begin{cases} x + y = 60.000 \\ 10\%x + 15\%y = 60.000 - 52.800 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 60.000 \\ 2x + 3y = 144.000 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 24.000 \\ y = 36.000 \end{cases}$ **D**

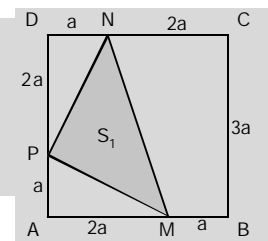
10. ABCD este un pătrat și $\frac{AM}{MB} = \frac{CN}{ND} = \frac{DP}{PA} = 2$.

Notăm cu S_1 aria triunghiului PMN și cu S aria pătratului. Cât este raportul $\frac{S_1}{S}$?

- A) 1/3 B) 1/4 C) 1/5
 D) 1/6 E) 5/18



$S_1 = 9a^2 - \frac{3a(2a+a)}{2} - \frac{a \cdot 2a}{2} - \frac{a \cdot 2a}{2} = 9a^2 - \frac{9a^2}{2} - 2a^2 = \frac{5a^2}{2}$;
 $S = 9a^2$; $\frac{S_1}{S} = \frac{5}{18}$ **E**



11. Pentru câte numere naturale n este adevărat că $\frac{n+2004}{n-2004}$ este de asemenea un număr natural?

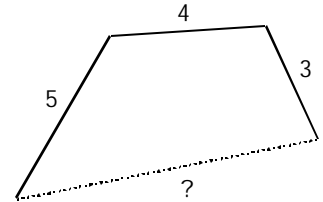
- A) 3 B) 6 C) 16 D) 8 E) 32

$$\frac{n-2004+4008}{n-2004} = \frac{n-2004}{n-2004} + \frac{4008}{n-2004} = 1 + \frac{4008}{n-2004} \in \mathbb{N} \Rightarrow n-2004 \in D_{4008}$$

$4008 = 2^3 \cdot 167 \cdot 3$; numărul 4008 are $4 \cdot 2 \cdot 2 = 16$ divizori, deci există 16 numere n . **C**

12. Un patrulater convex care are trei laturi egale cu 3, 4 și respectiv 5 poate avea cea de-a patra latură egală cu:

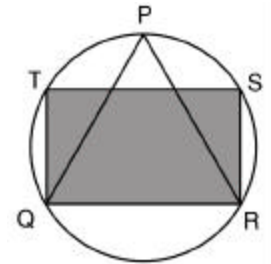
- A) 11 B) 12 C) 13
D) 14 E) 15



Din inegalitatea triunghiului $AB < 5 + 4 = 9$, $AC < AB + 3 < 9 + 3 < 12$, $AC < 12$, deci AC poate fi 11 **A**

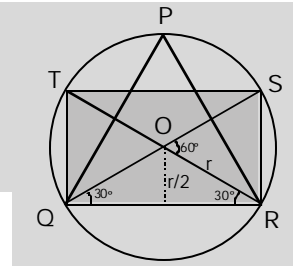
13. Un cerc de rază 1 cm conține un triunghi echilateral înscris PQR . Punctele S și T sunt aflate pe cerc astfel încât $QRST$ este un dreptunghi. Aria dreptunghiului este de:

- A) 3 cm^2 B) $3/2 \text{ cm}^2$ C) 2 cm^2
D) $\sqrt{3}/2 \text{ cm}^2$ E) $\sqrt{3} \text{ cm}^2$



$$QR = 2RH = 2\sqrt{r^2 - \frac{r^2}{4}} = 2 \cdot r \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = r\sqrt{3} = \sqrt{3};$$

$$\Delta SOR \text{ echilateral} \Rightarrow SR = r = 1; A_{\text{TSRQ}} = 1 \cdot \sqrt{3} = \sqrt{3} \text{ cm}^2 \quad \mathbf{E}$$



14. Dacă $x \in \mathbb{N}$ este un pătrat perfect, care este următorul pătrat perfect?

- A) $x+1$ B) x^2+1 C) x^2+2x+1 D) x^2+x E) $x+2\sqrt{x}+1$

$$x = b^2 \Rightarrow b = \sqrt{x}; \text{ următorul patrat perfect este } (b+1)^2 = (\sqrt{x}+1)^2 = x+2\sqrt{x}+1 \quad \mathbf{E}$$

15. Într-un grup de prieteni [tim următoarele lucruri: în afară de 3 dintre ei toți sunt rapidi, în afară de 3 dintre ei toți sunt steli, în afară de 3 dintre ei toți sunt dinamovi iar în afară de 3 dintre ei toți]in cu Universitatea. Câți prieteni sunt în total? (Fiecare persoană este suporter al unei singure echipe.)

- A) 4 B) 12 C) 9 D) 8 E) 15

Fie x numărul de prieteni, $x-3$ tin cu Steaua, $x-3$ tin cu Dinamo, $x-3$ tin cu Rapid, $x-3$ tin cu Universitatea; $(x-3) \cdot 4 = x \Rightarrow 4x-12 = x \Rightarrow x = 4$ prieteni **A**

16. Dacă $a \cdot b \neq 0$ [i $|a| \neq |b|$], atunci găsiți numărul de valori pe care le poate lua x astfel încât următoarea relație să fie adevărată:

$$\frac{x-a}{b} + \frac{x-b}{a} = \frac{b}{x-a} + \frac{a}{x-b}$$

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

$$\frac{xa - a^2 + xb - b^2}{ab} = \frac{xb - b^2 + ax - a^2}{x^2 - (a+b)x + ab} \Leftrightarrow (xa - a^2 + xb - b^2) \cdot \left(\frac{1}{ab} - \frac{1}{x^2 - (a+b)x + ab} \right) = 0$$

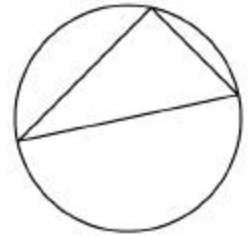
$$xa - a^2 + xb - b^2 = 0 \Leftrightarrow x(a+b) - (a^2 + b^2) = 0 \Leftrightarrow x_1 = \frac{a^2 + b^2}{a+b}$$

$$ab = x^2 - (a+b)x + ab \Rightarrow x^2 = (a+b)x \Rightarrow x_2 = 0, x_3 = a+b \quad \boxed{D}$$

17. Un cerc trece prin vârfurile unui triunghi care are lungimile laturilor

$7\frac{1}{2}, 10, 12\frac{1}{2}$. Aflați raza cercului.

- A) $15/4$ B) 5 C) $25/4$
D) $35/4$ E) $15\sqrt{2}/2$



$(3 \cdot 2,5)^2 + (4 \cdot 2,5)^2 = (5 \cdot 2,5)^2 \Rightarrow$ este un triunghi dreptunghic. Cum triunghiul este înscris în cerc \Rightarrow ipotenuza este diametru, $r = \frac{25}{4}$. \boxed{C}

18. Dacă $M = a^2 + b^2 + c^2$, unde a, b sunt numere întregi consecutive, iar $c = ab$, care din următoarele propoziții este adevărată pentru M .

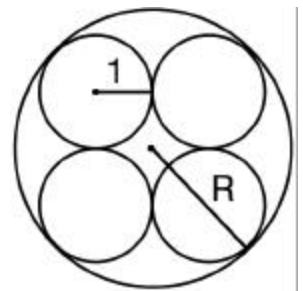
- A) este un întreg par B) câteodată este un întreg impar
C) întotdeauna este un întreg impar D) câteodată este rațional
E) întotdeauna este irațional

$$\left. \begin{array}{l} c = a(a+1) \\ b = a+1 \end{array} \right\} \Rightarrow M = a^2 + (a+1)^2 + a^2(a+1)^2 = a^4 + 2a^3 + 3a^2 + 2a + 1 = (a^2 + a + 1)^2.$$

$$\sqrt{M} = a^2 + a + 1 = \underbrace{a(a+1)}_{\text{par}} + 1. \sqrt{M} \text{ este întotdeauna un întreg impar. } \boxed{C}$$

19. În figură sunt patru cercuri identice de rază 1, tangente între ele, [i tangente la cercul mare de rază R . Aflați R .

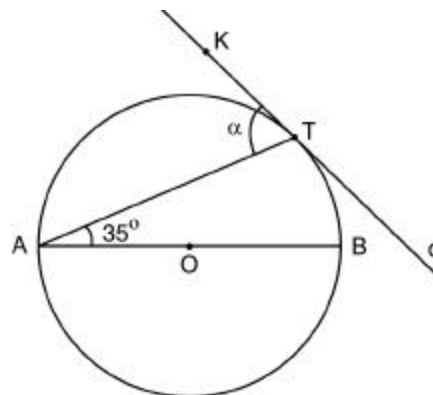
- A) $2\sqrt{2}$ B) $\sqrt{3} + \sqrt{2}$ C) $1 + \sqrt{2}$
D) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ E) $\frac{1 + \sqrt{2}}{2}$



$$O_1 O_2 O_3 O_4 \text{ este un patrat cu latura } 2 \Rightarrow OO_3 = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}; R = OO_3 + 1 = 1 + \sqrt{2} \quad \boxed{C}$$

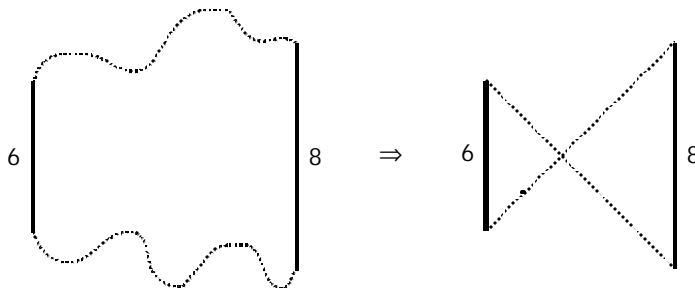
20. Dreapta d este tangentă cercului cu centrul O în punctul T . Aflați mărimea unghiului $\sphericalangle ATK$.

- A) 90° B) 75° C) 65°
 D) 55° E) 70°



$TO = AO \Rightarrow \triangle AOT$ isoscel $\Rightarrow m(\sphericalangle TAO) = m(\sphericalangle ATO) = 35^\circ$; $\alpha = 90 - 35 = 55^\circ$

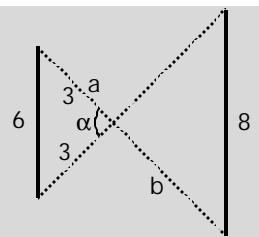
21. Avem două beje de lungime 8 m și 6 m, iar la fiecare din capetele lor se află frânghii de câte 7 m care unesc capetele bejelor. Dacă încercăm să punem în contact cele două frânghii, să se afle distanța dintre beje când are loc contactul dintre frânghii.



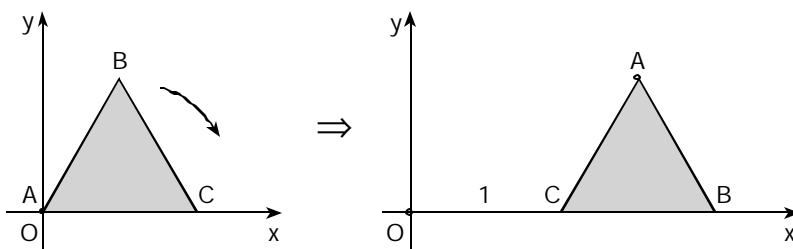
- A) 14 m B) 8 m C) 7 m D) 6 m E) 0 m

$\frac{a}{b} = \frac{6}{8} \Rightarrow a = \frac{3b}{4}$ $\left| \begin{array}{l} a = 3 \\ b = 4 \end{array} \right.$ Conform inegalității triunghiulare $\Rightarrow 3 + 3 > 6$

$\Rightarrow \alpha = 180^\circ$ (cele două fete trebuie să fie lipite). Distanța dintre ele este de 0 m.



22. Un triunghi echilateral ABC cu $AB = 1$ cm este așezat cu latura AC pe axa Ox astfel încât $A = O$. În figura de mai jos este prezentată poziția lui ABC după o rostogolire de-a lungul axei Ox . Dacă triunghiul ABC este rostogolit de 2004 ori, care este lungimea drumului parcurs de A ?



- A) 2004 B) $\frac{2672\pi}{3}$ C) 1336π D) $1336\sqrt{3}$ E) $2004\sqrt{3}$

Dupa fiecare rostogolire vârful triunghiului ABC situat pe Ox , în extrema dreapta, rămâne fixat. În fiecare din primele 2 miscari punctu A descrie un arc dintr-un cerc de raza 1, corespunzator unui unghi la centru de 120° , deci $\frac{2\pi \cdot 1}{3}$ cm. La a treia rostogolire, A rămâne pe loc. Asadar, dupa 204 rostogoliri, punctul A parcurge $668 \cdot \frac{4\pi}{3} = \frac{2672\pi}{3}$ cm. B

23. La o întrecere de săritură în lungime, lungimea medie a săriturilor celor mai buni competitori a fost de 6,5 metri, lungimea medie a săriturilor celor mai slabi competitori a fost de 4,5 metri, iar lungimea medie a săriturilor tuturor competitorilor a fost de 4,9 metri. Procentajul competitorilor mai buni a fost de:

- A) 4% B) 16% C) 20% D) 25% E) 55%

Fie a procentajul competitorilor mai buni: $6,5a + 4,5 \cdot (1-a) = 4,9 \Leftrightarrow a \cdot 2 = 4,9 - 4,5 \Leftrightarrow a = 0,2$

\Rightarrow procentajul competitorilor mai buni este 20% **[C]**

24. În câte moduri puteți scrie 2004 ca sumă de 1 [i / sau 2?

($2004 = 1+1+\dots+1+1+2 = 2+1+1+\dots+1+1$ sunt considerate a fi identice.)

- A) 500 B) 603 C) 1002 D) 1003 E) 1006

Suma 2004 poate conține 0 de 2, 1 de 2, 2 de 2, 3 de 2, ..., 1002 de 2, în total existând 1003 posibilități. **[D]**

25. Fie $x = 0, \underbrace{99\dots9}_{\text{de 99 de ori}}$. Aflați câți de 9 sunt în primele 99 de cifre de după virgulă, în numărul

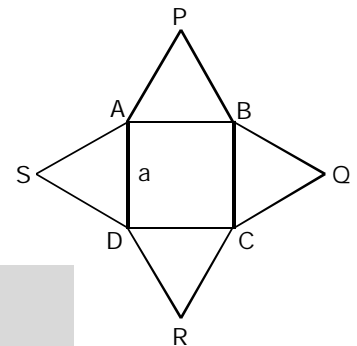
\sqrt{x} scris în formă zecimală.

- A) 0 B) 1 C) 9 D) 99 E) nu se poate afla

$0 < x < 1 \Rightarrow \sqrt{x} > x \Rightarrow 0 < x < \sqrt{x} < 1, 0 < \underbrace{99\dots9}_{\text{de 99 de ori}} < \sqrt{x} < 1 \Rightarrow x$ are primele 99 de cifre după virgulă 9. **[D]**

26. În figura alăturată, ABCD este un pătrat de latură a , iar ABP, BCQ, CDR, DAS sunt triunghiuri echilaterale. Aria patrulaterului PQRS este egală cu:

- A) $a^2(2 + \sqrt{3})$ B) $a^2(4 + 2\sqrt{3})$ C) $4a^2$
D) $a^2\sqrt{3}/2$ E) $a^2(\sqrt{3} + 1)$



Se observa că PQRS este pătrat.

$$A_{PQRS} = \frac{PR \cdot SQ}{2} = \frac{PR^2}{2} = \frac{\left(a \frac{\sqrt{3}}{2} + a + a \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}{2} = a^2 \cdot \frac{(1 + \sqrt{3})^2}{2} = a^2(2 + \sqrt{3}). \quad \mathbf{[A]}$$

27. În fiecare zi o mamă își ia copiii de la școală exact la ora 15:00. Ea pleacă de acasă astfel încât să ajungă la școală la 15:00 fix. Într-o zi, ultima oră este anulat și lecțiile se termină la ora 14:00. Copiii au plecat în aceea zi spre casă, fără să-și aștepte mama. Pe drum ei se întâlnesc cu mama lor și își continuă drumul în mămăina mamei. Au ajuns acasă cu 12 minute mai devreme decât de obicei. Aflați câte minute au mers copiii pe jos în aceea zi.

- A) 50 B) 26 C) 48 D) 54 E) 12

Copiii au ajuns acasă cu 12 min înainte, așa că mama s-a întâlnit cu ei 6 minute mai devreme, adică la ora 14:54. Copiii au plecat de la școală la ora 14:00, deci au mers pe jos 54 min. **[D]**

28. Dacă valoarea aproximativă a lui $\sqrt{6} = 2,43$ aflați valoarea aproximativă a lui $\sqrt{\frac{2}{3}}$

- A) 0,81 B) 1,22 C) 1,79 D) 1,12 E) e

7 $\sqrt{6} = 2,43 \Rightarrow \frac{\sqrt{3} \cdot \sqrt{2}}{3} = 0,81 \Leftrightarrow \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = 0,81 \Leftrightarrow \sqrt{\frac{2}{3}} = 0,81 \quad \mathbf{[A]}$



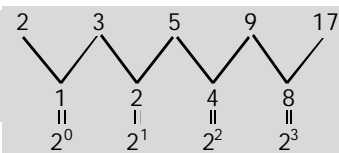
27. Considerăm [irul de numere 2, 3, 5, 9, 17, ...

Găsiți ultima cifră a celui de-al 2004-lea număr al [irului.

- A) 7 B) 9 C) 5 D) 4 E) 3

$$a_n = a_{n-1} + 2^{n-2} = a_1 + 2^0 + 2^1 + \dots + 2^{n-2} = 2 + 2^{n-1} - 1 = 1 + 2^{n-1};$$

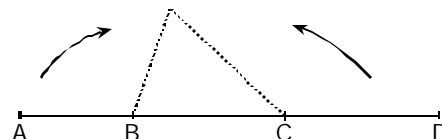
$$a_{2004} = 1 + 2^{2003} \Rightarrow U(a_{2004}) = 9 \quad \boxed{\text{B}}$$



30. În figura alăturată, $AB = x$, $AC = y$, $AD = z$. AB și CD sunt rotite în jurul punctelor B și respectiv C astfel încât A și D coincid. Care din următoarele trebuie să fie adevărat pentru a se forma un triunghi?

- (I) $x < \frac{z}{2}$; (II) $y < x + \frac{z}{2}$; (III) $y < \frac{z}{2}$.

- A) numai I B) numai I și II
C) numai II D) numai II și III
E) I, II și III



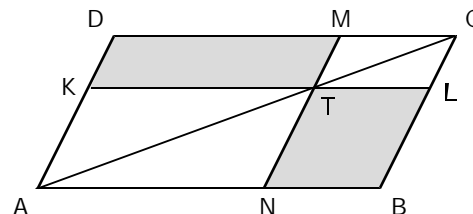
Laturile triunghiului sunt x , $y - x$, $z - y$,

$$\left. \begin{aligned} x < y - x + z - y &\Rightarrow x < z - x \Leftrightarrow x < \frac{z}{2} \quad \text{(I)} \\ y - x < x + z - y &\Leftrightarrow 2y < 2x + z \Leftrightarrow y < x + \frac{z}{2} \quad \text{(II)} \end{aligned} \right\} \text{numai I și II} \quad \boxed{\text{B}}$$

$$z - y < x + y - x \Leftrightarrow z < 2y \Leftrightarrow \frac{z}{2} < y$$

31. ABCD este un paralelogram. T este un punct pe diagonala AC. MN și KL sunt paralele duse prin T la AD, respectiv AB. Dacă aria KTMD este 15 cm^2 , calculați aria TNBL.

- A) 9 cm^2 B) 12 cm^2 C) 15 cm^2
D) 18 cm^2 E) 24 cm^2



$$ABCD \text{ paralelogram} \Rightarrow A_{ADC} = A_{ABC}. \text{ Analog } A_{ANT} = A_{AKT}; A_{CTL} = A_{MCT} \Rightarrow$$

$$A_{DKTM} = A_{TNLB} = 15 \text{ cm}^2. \quad \boxed{\text{C}}$$

32. Un leu vânează o antilopă. În timpul necesar leului pentru a face 4 sărituri, antilopa face 5 sărituri. Însă lungimea a 3 sărituri ale leului este egală cu cea făcută în 4 sărituri de antilopă. Dacă la început antilopa se află cu 40 sărituri (de lungimea leului) înainte, câte sărituri trebuie să facă leul pentru a prinde antilopa?

- A) 16 B) 160 C) 640 D) 480 E) 240

$$\left. \begin{array}{l} a \rightarrow \text{lungimea sariturii de antilopa} \\ b \rightarrow \text{lungimea sariturii de leu} \end{array} \right\} 3l = 4a \Rightarrow a = \frac{3l}{4}$$

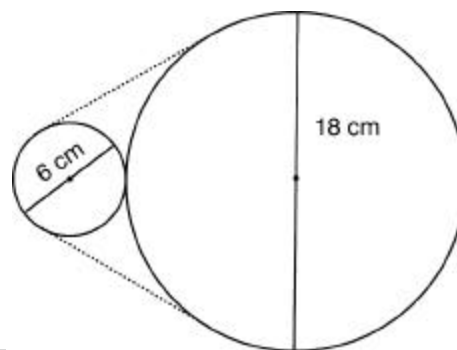
Leul face 4 sarituri, antilopa face 5 sarituri, $4l = 5a = \frac{15l}{4}$. După 4 sarituri, leul se va apropia cu $4l - \frac{15l}{4} = \frac{l}{4}$

de antilopa. După 1 saritura, leul se va apropia cu $\frac{l}{16}$ de antilopa. Fie K numărul de sarituri necesare pentru

a prinde antilopa: $K \cdot \frac{l}{16} = 40l \Rightarrow K = 640l$. **C**

33. Două roți cu diametrele de 6 cm și respectiv 18 cm sunt montate ca în figura alăturată și legate cu o curea de transmisie. Lungimea curelei este:

- A) $12\sqrt{3} + 16\pi$ B) $12\sqrt{3} + 7\pi$ C) $12\sqrt{3} + 14\pi$
D) $12 + 15\pi$ E) 24π

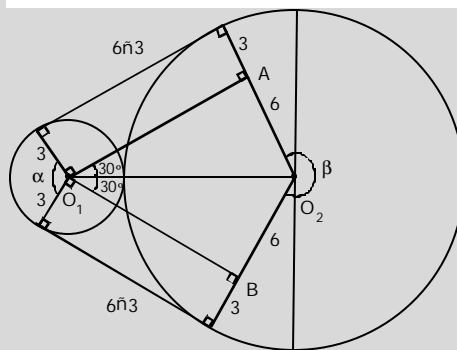


$$\left. \begin{array}{l} O_1O_2 = 12 \\ AO_2 = 6 \end{array} \right\} \Rightarrow AO_1 = \sqrt{12^2 - 6^2} = 6\sqrt{3};$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{AO_2}{O_1O_2} = \frac{1}{2} \\ \Delta AO_1O_2 \text{ dr.} \end{array} \right\} \Rightarrow m(\angle AO_1O_2) = 30^\circ \Rightarrow \mathbf{a} = 120^\circ;$$

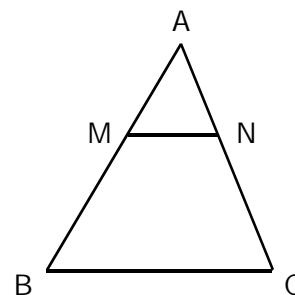
$$m(\angle AO_2O_1) = 60^\circ \Rightarrow \mathbf{b} = 240^\circ;$$

$$L = 2 \cdot 6\sqrt{3} + 2p \cdot 3 \cdot \frac{120}{360} + 2p6 \cdot \frac{240}{360} = 14p + 12\sqrt{3}$$
 C



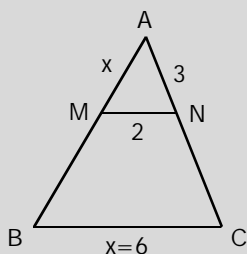
34. În triunghiul ABC, MN || BC astfel încât MN=2, AN=3, AB=18 și AM=BC. Atunci lungimea laturii AC este:

- A) 5 B) 6 C) 8
D) 9 E) 14



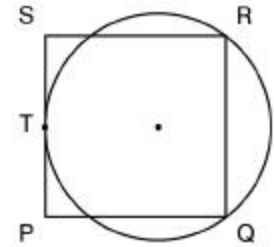
$$\frac{2}{x} = \frac{x}{18} \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$$

$$\frac{2}{6} = \frac{3}{AC} \Rightarrow AC = 9$$
 D



35. În figura, PQRS este un pătrat iar T este punctul de tangență. Dacă $RQ=16$ cm, atunci găsește raza cercului.

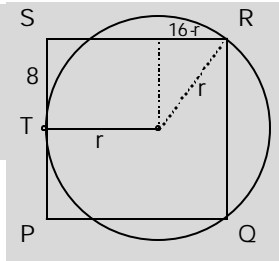
- A) 7 B) 8 C) 9
D) 10 E) 11



$$r^2 = (16-r)^2 + 8$$

$$r^2 = 256 + r^2 - 32r + 64$$

$$32r = 320 \Rightarrow r = 10 \quad \boxed{D}$$



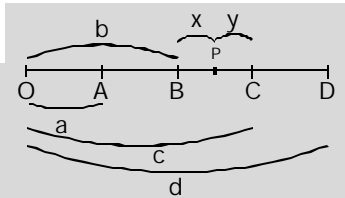
36. Cinci puncte, O, A, B, C, D sunt luate în ordine pe o dreaptă cu următoarele distanțe: $OA=a$, $OB=b$, $OC=c$, $OD=d$. P este un punct pe segmentul BC astfel încât $AP:PD=BP:PC$. Segmentul OP este egal cu:

- A) $\frac{b^2 - bc}{a - b + c - d}$ B) $\frac{ac - bd}{a - b + c - d}$ C) $-\frac{bd + ac}{a - b + c - d}$ D) $\frac{bc + ad}{a + b + c + d}$ E) $\frac{ac - bd}{a + b + c + d}$

$$\frac{b-a+x}{d-c+y} = \frac{x}{y} \Rightarrow by - ay + xy = xd - xc + xy \Leftrightarrow x = \frac{b-a}{d-c} \cdot y$$

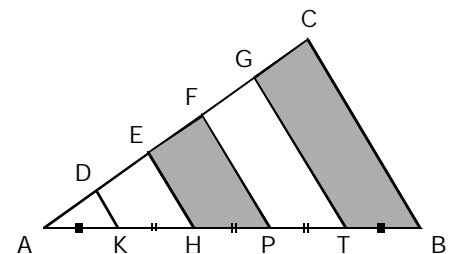
$$x+y=c-b \Leftrightarrow y \frac{b-a}{d-c} + y = c-b \Leftrightarrow y = \frac{(c-b)(d-c)}{d-c+b-a}$$

$$OP = c - y = c - \frac{cd - c^2 - bd + bc}{d - c + b - a} = \frac{cd - c^2 - bd + bc - cd + c^2 + bd - bc}{d - c + b - a} = \frac{bc - ac}{d - c + b - a} = \frac{ac - bd}{a - b + c - d} \quad \boxed{B}$$



37. În figura alăturată segmentele DK, EH, FP, GT, CB sunt paralele iar $[AK]=[KH]=[HP]=[PT]=[TB]$. Dacă $S(EFPH)=10$ cm², află $S(GCBT)$.

- A) 20 B) 12 C) 15
D) 16 E) 18



$$\frac{DK}{EH} = \frac{1}{2}; \Delta AKD \sim \Delta AHE \Rightarrow \frac{A_{AHE}}{A_{AKD}} = 2^2 \Rightarrow A_{AHE} = 4 \cdot A_{AKD}. \text{ Dacă } A_{AKD} = S \Rightarrow A_{DKHE} = A_{AHE} - A_{AKD} = 3S.$$

Analog $A_{EHPF} = 5S$, $A_{PTGF} = 7S$...

$$\frac{A_{GCBT}}{A_{EFHP}} = \frac{9S}{5S} \Rightarrow A_{GCBT} = \frac{9}{5} \cdot 10 = 18 \quad \boxed{E}$$

38. În ecuația $\overline{IC} \cdot \overline{HC} = \overline{BBB}$, literele reprezintă cifre diferite. Calculați suma $I+C+H+B$.

- A) 19 B) 20 C) 21 D) 22 E) 24

$\overline{IC} \cdot \overline{HC} = 111 \cdot B = 37 \cdot 3 \cdot B$; Avem 2 cazuri:

a) $\overline{IC} = 37 \Rightarrow 37 = \overline{H7} = 37 \cdot 3 \cdot B$; $u(37 \cdot \overline{H7}) = 9 \Rightarrow B = 9$; $\overline{H7} : 3 \Rightarrow H = 2$

b) $\overline{IC} = 74 \Rightarrow 74 = \overline{H4} = 37 \cdot 3 \cdot B$; $u(74 \cdot \overline{H4}) = 6 \Rightarrow B = 6 \Rightarrow \overline{HC} = 9$ - imposibil

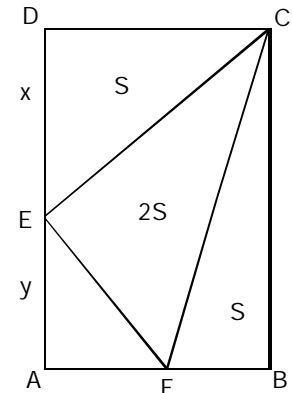
Deci $\begin{cases} \overline{IC} = 37, \overline{HC} = 27, \overline{BBB} = 999 \\ \overline{IC} = 27, \overline{HC} = 37, \overline{BBB} = 999 \end{cases}$

În fiecare caz $I+C+H+B = 3+7+2+9 = 21$ **C**

39. Fie ABCD un dreptunghi, $DE = x$ și $EA = y$.

Dacă $S(\triangle DEC) = S(\triangle FBC) = \frac{S(\triangle CEF)}{2}$, aflați raportul $\frac{DE}{EA} = \frac{x}{y}$.

- A) 1 B) 1/2 C) 1/√2
D) 1/√3 E) 1/4



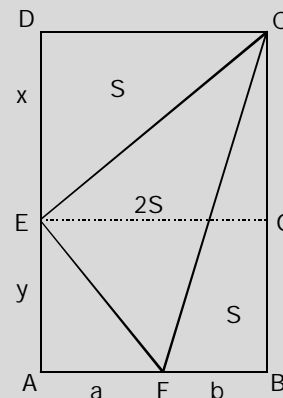
$A_{\triangle DEC} = A_{\triangle FBC} \Rightarrow \frac{x(a+b)}{2} = \frac{(x+y)b}{2} \Rightarrow xa = by \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{y}{x}$

$\Rightarrow a = K \cdot y, b = K \cdot x$

Fie $EG \parallel AB \parallel CD$; $A_{DEC} = S$ și $A_{FBGE} = 2S$

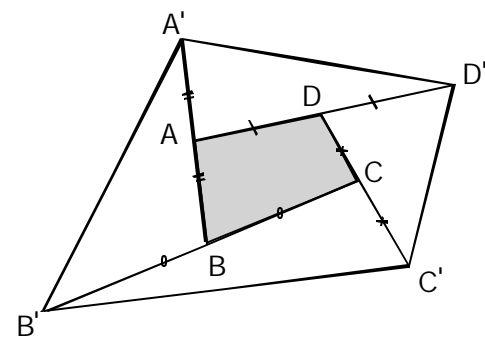
$\left. \begin{aligned} A_{FBGE} &= \frac{K \cdot x + K(x+y)}{2} \\ A_{DEC} &= \frac{x \cdot (x+y) \cdot K}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{K \cdot (2x+y) \cdot y}{2} = \frac{2 \cdot x \cdot (x+y) \cdot K}{2}$

$\Leftrightarrow 2xy + y^2 = 2x^2 + 2xy \Leftrightarrow \frac{x^2}{y^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ **C**



40. Dacă $S[ABCD] = s$, $AD = DD'$, $AB = AA'$, $BC = BB'$ și $CD = CC'$ atunci $S[A'B'C'D'] = ?$

- A) 2s B) 3s C) $\frac{3}{2}s$
D) 4s E) 5s



$A_1 \rightarrow$ aria lui ADC; $A_2 \rightarrow$ aria lui ABC. Din teorema medianei rezulta egalitatea suprafețelor de pe desen.

$A_{A'AD'} + A_{B'CC'} = 2S$; $A_{A'B'C'D'} = 2S + 2S + S = 5S$ **E**

