

1. Dacă $x = \frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3}$, $y = 1 - \frac{1}{3}$ și $z = 0, (6)$, calculați media aritmetică a numerelor x, y și z .

- a) $\frac{3}{4}$ b) 0,(3) c) 0 d) $\frac{2}{3}$ e) $\frac{4}{3}$

$$x=y=z=\frac{2}{3} \Rightarrow \frac{x+y+z}{3} = \frac{2}{3}$$

2. Un cub are volumul de 125cm^3 . După ce îl vopsim în roșu, îl tăiem în 125 de cuburi cu volumul de 1cm^3 . Câte cuburi care nu au nici o față colorată obținem?

- a) 25 b) 27 c) 15 d) 64 e) 86

Cubul cu volumul de 125 are latura 5. Toate cubulețele care nu au nici o față vopsită fac parte din cubul de latura maximă ce încapă în cubul de latura 5. Răspuns: 27 cuburi

3 Pe o foaie de hârtie se găsesc numai următoarele patru propoziții:

- “Dintre propozițiile de pe această foaie, exact una este falsă.”
- “Dintre propozițiile de pe această foaie, exact două sunt false.”
- “Dintre propozițiile de pe această foaie, exact trei sunt false.”
- “Dintre propozițiile de pe această foaie, exact patru sunt false.”

Care este numărul de propoziții false de pe foaie?

- a) 0 b) 1 c) 2 d) 3 e) 4

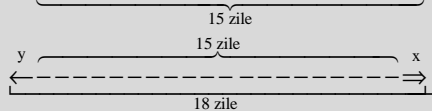
Pe foaie sunt trei propoziții false.

4. Radu a început munca pe data de 11. Pentru fiecare zi de muncă el câștigă 100 000 lei, iar duminica nu muncește. Pe data de 28 seara a aceleiași luni, Radu își dă demisia. Dacă a câștigat 1 500 000 lei, în ce zi a început munca?

- a) luni b) marți c) miercuri d) joi e) vineri

De pe data de 11 pe 28 sunt 18 zile. Dacă a câștigat 1 500 000, a avut trei duminici libere.

L M M J V S D L M M J V S D L M M J V S D L M M J V S

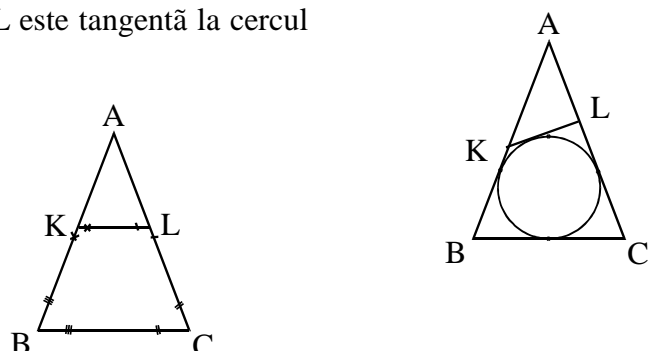


Radu nu putea să își dea demisia duminică, deci $x \geq 1$. Variantele de răspuns sunt L, M, M, J, V,

$$\text{deci } y \geq 2. \begin{cases} x+y+15=18 \\ x \geq 1 \\ y \geq 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow \text{Radu a început munca } \boxed{\text{vineri}}$$

5. Dacă perimetrul $\triangle ABC$ este 26, $BC=10$ iar KL este tangentă la cercul înscris, aflați perimetrul $\triangle AKL$.

- a) 3 b) 10 c) 15
d) 6 e) 7



$$P_{AKL} = P_{ABC} - 2BC = 6$$

6. Fiecare literă reprezintă o cifră distinctă și $N > A > L > I$.

$$\begin{array}{r} \text{Dacă} \quad \text{LUMINA} \\ \quad \quad \text{UMINA} \\ \quad \quad \quad \text{MINA} \\ \quad \quad \quad \quad \text{INA} \\ \quad \quad \quad \quad \quad \text{NA} \\ + \quad \quad \quad \quad \quad \text{A} \\ \hline \text{ML9U7A} \end{array}, \text{ calculați } L+U+M+I+N+A.$$

- a) 23 b) 21 c) 19 d) 17 e) 15

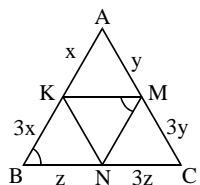
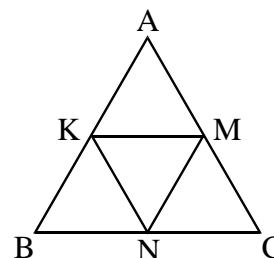
50N se termina in 00 sau 50, deci $6 \cdot A = \overline{7A}$ sau $6 \cdot A = \overline{2A} \Rightarrow A=4$. Cum U este o cifra, avem ca $L=M$ sau $M=L+1$. Cum toate cifrele sunt distincte, avem ca $M=L+1$.

Din $A=4 > L > I \Rightarrow L \in \{3,2,1\} \Rightarrow M \in \{4,3,2\}$
 $M \neq A \Rightarrow$ Daca $M=2 \Rightarrow L=1 \Rightarrow I=0 \Rightarrow 3M=2 \cdot 3=9$ (contradicție)

Pentru $M=3 \Rightarrow L=2 \Rightarrow U=6 \Rightarrow I=1 \Rightarrow N=5 \Rightarrow L+U+M+I+NA=1+2+3+4+5+6=21$

7. $KM \parallel BC, MN \parallel AB$. Dacă $KB=3 \cdot AK$, care este raportul dintre aria Δ -lui KMN și aria Δ -lui ABC?

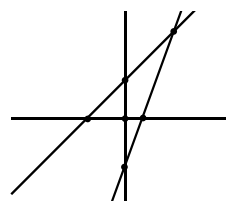
- a) 3/16 b) 1/4 c) 3/4
 d) 1/3 e) 2/9



$$KM=z, MN=3x, \angle KMN = \angle ABC; \frac{A_{KMN}}{A_{ABC}} = \frac{KM \cdot MN \cdot \sin \angle KMN}{AB \cdot BC \cdot \sin \angle ABC} = 3x = \frac{z \cdot 3x}{4x \cdot 4z} = \frac{3}{16}$$

8. Care este numărul maxim de puncte de intersecție a 4 drepte situate într-un plan?

- a) 4 b) 5 c) 6
 d) 7 e) 8



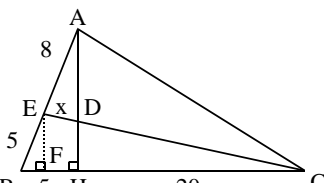
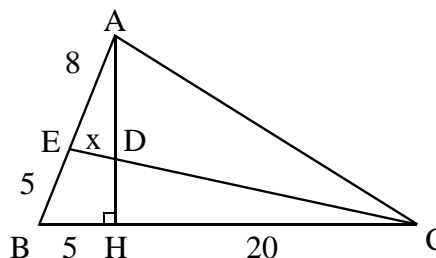
9. Dacă a,b,c sunt trei numere întregi pozitive, iar $\frac{1}{a+b} < \frac{1}{b+c} < \frac{1}{a+c}$, ordonați numerele a,b,c.

- a) $a > b > c$ b) $b > a > c$ c) $b > c > a$ d) $c > a > b$ e) $c > b > a$

Din $\frac{1}{a+b} < \frac{1}{b+c} \Leftrightarrow a+b > b+c \Leftrightarrow a > c$ și $\frac{1}{b+c} < \frac{1}{a+c} \Leftrightarrow b+c > a+c \Leftrightarrow b > a \Rightarrow b > a > c$

10. În figură, $AH \perp BC, BH=BE=5, HC=20$ și $AE=8$. Aflați lungimea segmentului ED.

- a) $\frac{\sqrt{26}}{13}$ b) $\frac{2\sqrt{26}}{13}$ c) $\frac{4\sqrt{26}}{13}$
 d) $\frac{6\sqrt{26}}{13}$ e) $\frac{8\sqrt{26}}{13}$



$AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = 12$. Din asemanarea ΔBEF și ΔBAH obținem

$$EF = \frac{60}{13}, BF = \frac{25}{13}, HF = \frac{40}{13}. \text{ Din } \Delta EFG \text{ dreptunghic avem ca } EC = \frac{60\sqrt{26}}{13}.$$

Din Thales ($GH \parallel EF$) obținem $GC = 4\sqrt{26} \Rightarrow x = EC - CG = \frac{8\sqrt{26}}{13}$

11. Într-un grup sunt 15 bărbați și 22 femei. Dintre acestea, 19 persoane nu poartă ochelari. Dacă numărul de persoane care sunt femei sau poartă ochelari este 30, atunci câți bărbați nu poartă ochelari?

- a) 3 b) 4 c) 5 d) 7 e) 8

Din 30 de persoane care sunt femei sau poartă ochelari, cum 22 sunt femei, 8 sunt bărbați cu ochelari. $x=15-8=7$

12. Un elev dorește să calculeze suma numerelor paginilor dintr-o carte, dar face o greșeală adunând de două ori numărul unei pagini, obținând astfel rezultatul 1000. Care este numărul de pagină pe care l-a adunat de două ori?

- a) 10 b) 17 c) 20 d) 32 e) 41

$1+2+\dots+n+x=1000$ (n este numărul de pagini, x este pagina pe care a adunat-o din greșeală). Obținem

$$1 \leq x \leq n, 1+2+\dots+n = \frac{n^2+n}{2} \Rightarrow \frac{n^2+n}{2} + 1 \leq 1000 \leq \frac{n^2+n}{2} + n \Leftrightarrow n^2+n+2 \leq 2000 \leq n^2+3n \Rightarrow n=44 \Rightarrow x=10$$

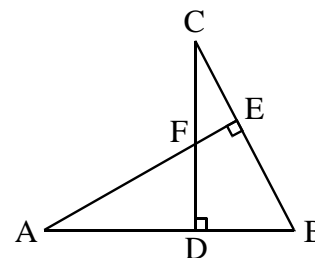
13. Fie $a, b, c \in \mathbb{R}^*$. Dacă $\frac{a+b}{c} = \frac{a+c}{b} = \frac{b+c}{a}$ și $a+b+c = \sqrt{11}$, calculați $\frac{a^3+b^3+c^3}{abc}$.

- a) $4\sqrt{11}$ b) $2\sqrt{11}$ c) 3 d) $3\sqrt{11}/2$ e) 9

$$\frac{a+b}{c} = \frac{a+c}{b} = \frac{b+c}{a} \Leftrightarrow \frac{a+b}{c} = \frac{a+c}{b} + 1 = \frac{b+c}{a} + 1 \Leftrightarrow \frac{a+b+c}{c} = \frac{a+b+c}{b} = \frac{a+b+c}{a} \Leftrightarrow a=b=c \Rightarrow \frac{a^3+b^3+c^3}{abc} = 3$$

14. $AE \perp BC$ și $CD \perp AB$. Dacă $AB = \frac{AE \cdot BC}{3}$, calculați lungimea segmentului CD.

- a) 3 b) 4 c) 6
d) 9 d) 2



$$A_{ABC} = \frac{CD \cdot AB}{2} = \frac{AE \cdot BC}{2} \Rightarrow CD = \frac{AE \cdot BC}{AB} = 3$$

15. Calculați $E = \frac{1}{3 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 23} + \dots + \frac{1}{1993 \cdot 2003}$.

- a) 1 b) $\frac{200}{6009}$ c) $\frac{1}{2003}$ d) $\frac{2003}{6003}$
e) nici unul din răspunsurile anterioare

$$E = \frac{1}{3 \cdot 13} + \frac{1}{13 \cdot 23} + \dots + \frac{1}{1993 \cdot 2003} = \frac{1}{10} \left(\frac{10}{3 \cdot 13} + \dots + \frac{10}{1993 \cdot 2003} \right) = \frac{1}{10} \left(\frac{13-3}{3 \cdot 13} + \dots + \frac{2003-1993}{1993 \cdot 2003} \right) = \frac{1}{10} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{13} + \frac{1}{13} - \frac{1}{23} + \dots + \frac{1}{1993} - \frac{1}{2003} \right) = \frac{1}{10} \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2003} \right) = \frac{200}{6009}$$

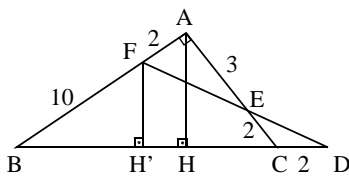
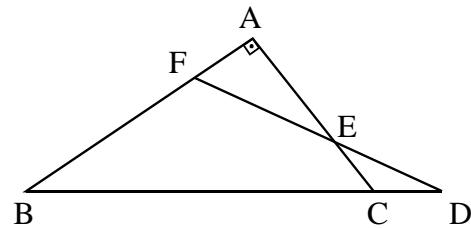
16. Calculați $\frac{[4-(a-1)^2](10-2a)}{(a^2-6a+9)(a^2-4a-5)}$.

- a) $2/(a-5)$ b) $2/(a-2)$ c) $2/(a-1)$ d) $a/2$ e) $2/(a-3)$

$$\frac{[4-(a-1)^2](10-2a)}{(a^2-6a+9)(a^2-4a-5)} = \frac{(-a^2+2a+3)(10-2a)}{(a-3)^2(a-5)(a+1)} = \frac{(a^2-2a-3)(2a-10)}{(a-3)^2(a-5)(a+1)} = \frac{2(a-5)(a-3)(a+1)}{(a-3)^2(a-5)(a+1)} = \frac{2}{a-3}$$

17. În figura alăturată $\angle BAC=90^\circ$, $AF=EC=CD$, $AB=12$ și $AC=5$. Calculați aria Δ -lui BDF.

- a) $317/11$ b) $419/11$ c) $400/13$
d) $375/13$ e) $425/13$



$$\left. \begin{array}{l} AB=12 \\ AC=5 \end{array} \right\} \Rightarrow BC=13. \text{ Fie } AF=EC=CD=x. \text{ Aplicand Menelaos, obtinem } \frac{AF}{BF} \cdot \frac{BD}{DC} \cdot \frac{CE}{EA} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\frac{x}{12-x} \cdot \frac{13+x}{x} \cdot \frac{x}{5-x} = 1 \Leftrightarrow \frac{13x+x^2}{60+x^2-17x} = 1 \Leftrightarrow 13x=60-17x \Leftrightarrow x=2. AH = \frac{AB \cdot AC}{BC} = \frac{60}{13}.$$

$$FH' = \frac{10}{12} \cdot \frac{60}{13} = \frac{50}{13}. A_{BFD} = \frac{BD \cdot FH'}{2} = \frac{15 \cdot 50}{13 \cdot 2} = \frac{375}{13}$$

18. Acum 2 ani, Alex era de 7 ori mai mare decât Ema. Peste 2 ani, Alex va fi doar de trei ori mai în vârstă decât Ema. Ce vârstă are Alex?

- a) 9 b) 14 c) 23 d) 16 e) 20

Fie x vârsta lui Alex și y vârsta lui Ema. $\begin{cases} (x-2)=7(y-2) \\ (x+2)=3(y+2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x=7y-12 \\ x=3y+4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y=4 \\ x=16 \end{cases}$

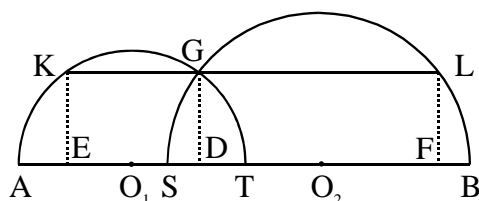
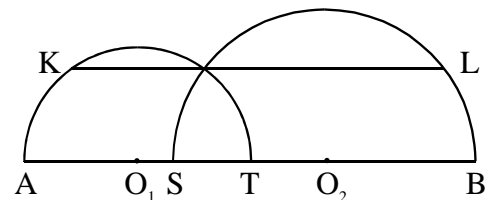
19. Un om născut în prima jumătate a secolului XIX avea vârsta de x ani în anul x^2 . Aflați anul nașterii?

- a) 1806 b) 1812 c) 1821 d) 1825 e) 1849

Fie y anul nasterii. Atunci $1801 < y < 1849$ și $y+x=x^2 \Leftrightarrow y=x^2-x \Rightarrow 1801 < x^2-x < 1849 \Rightarrow x=43 \Rightarrow y=1806$

20 $KL \parallel AB$, $KL=20$ și $ST=3$. Calculați lungimea segmentului AB.

- a) 26 b) 28 c) 29
d) 23 e) 32



$$\left. \begin{array}{l} SD=FB \\ DF=GL \\ ED=KG \\ AE=DT \end{array} \right\} \Rightarrow AB=AE+ED+DF+FB=DT+KG+GL+SD=KL+ST=23$$

21. Un elev desenează cercuri și pătrate. După fiecare pătrat el desenează un cerc. După cerc, el poate desena ori un pătrat, ori un alt cerc. Ca să deseneze un pătrat îi ia 3 minute și ca să deseneze un cerc îi ia 4 minute. Dacă elevul a terminat desenul în 47 de minute, care este numărul maxim de figuri pe care le-a desenat?

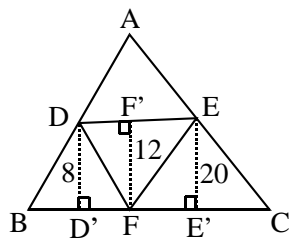
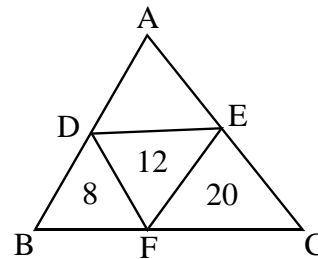
- a) 12 b) 13 c) 11 d) 15 e) 14

Fie p numărul de pătrate. Atunci numărul de cercuri va fi $p+q$, $p, q \in \mathbb{N}^*$. Avem $3p+4(p+q)=47 \Leftrightarrow$

$7p+4q=47 \Rightarrow (p; q) \in \{(1;10), (5;3)\} \Rightarrow$ numărul maxim de figuri este 13

22. În $\triangle ABC$, $DE \parallel BC$. Dacă $A_{DEF}=12 \text{ cm}^2$, $A_{DBF}=8 \text{ cm}^2$ și $A_{EFC}=20 \text{ cm}^2$, aflați aria \triangle -lui ADE.

- a) 9 cm^2 b) 12 cm^2 c) 15 cm^2
d) 18 cm^2 e) 21 cm^2



$$EE'=DD' \Rightarrow \frac{EE' \cdot FC}{DD' \cdot FB} = \frac{20}{8} \Leftrightarrow \frac{FC}{FB} = \frac{5}{2} \Rightarrow FC=5K, FB=2K. EE'=FF' \Rightarrow \frac{EE' \cdot FC}{FF' \cdot DE} = \frac{20}{12} \Leftrightarrow \frac{FC}{DE} = \frac{5}{3} \Rightarrow DE=3K. \text{ Notam } A_{ADE}=x. \frac{A_{ADE}}{A_{ABC}} = \left(\frac{DE}{BC}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{x}{x+40} = \left(\frac{3}{7}\right)^2 \Leftrightarrow \frac{x}{x+40} = \frac{9}{49} \Rightarrow \boxed{x=9}$$

23. Numerele impare consecutive sunt grupate după modelul: (1),(3,5),(7,9,11),(13,15,17,19)... Care este suma numerelor din al zecelea grup?

- a) 760 b) 896 c) 980 d) 1000 e) 1020

În fiecare al n -lea grup sunt n numere, deci grupul 10 începe cu al $1+2+\dots+9+1$ -lea număr impar, deci al zecelea grup începe cu 91. $S=91+\dots+109=\boxed{1000}$

24. Câte cifre are numărul $20^4 \cdot 40^6 \cdot 50^8$?

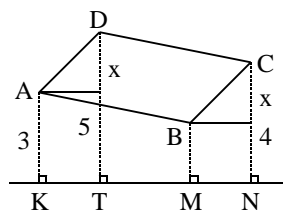
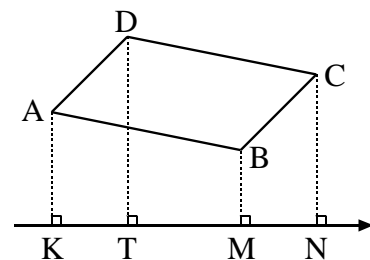
- a) 26 b) 27 c) 28 d) 29 e) 30

$$20^4 \cdot 40^6 \cdot 50^8 = 2^4 \cdot 10^4 \cdot 4^6 \cdot 10^6 \cdot 5^8 \cdot 10^8 = 2^4 \cdot (2^2)^6 \cdot 5^8 \cdot 10^{18} = 2^{16} \cdot 5^8 \cdot 10^{18} = 2^8 \cdot 10^{26} = 256 \cdot 10^{26}$$

Numarul are 29 de cifre.

25. ABCD este un paralelogram. Dacă $AK=3$, $DT=5$ și $CN=4$, calculați lungimea segmentului BM.

- a) 1 b) 2 c) $\frac{5}{2}$
d) 3 e) $\frac{3}{2}$



$$BM = CN - x = \boxed{2}$$

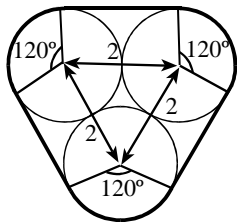
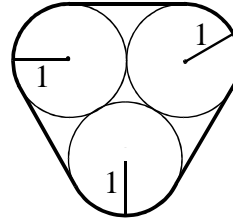
26. Aflați valoarea expresiei $\frac{a^2 - a}{ab} + \frac{b^2 + c}{bc} + \frac{c^2 - ac}{bc}$ știind că $a, b, c \in \mathbb{R}^*$, $b + c = 2$ și $b \cdot c = 1$

- a) $\frac{1}{3}$ b) 1 c) 2 d) $\frac{4}{9}$ e) $\frac{1}{5}$

$$\frac{a^2 - a}{ab} + \frac{b^2 + c}{bc} + \frac{c^2 - ac}{bc} = \frac{a}{b} - \frac{1}{b} + \frac{b}{c} + \frac{1}{b} + \frac{c}{b} - \frac{a}{b} = \frac{b}{c} + \frac{c}{b} = \frac{b^2 + c^2}{bc} = \frac{(b+c)^2 - 2bc}{bc} = \boxed{2}$$

27. Cele 3 roți de rază 1 din figura alăturată sunt legate cu o sfoară. Aflați lungimea acesteia.

- a) $2\pi - 3$ b) $2\pi + 6$ c) $\pi + 8$
d) $8 - \pi$ e) $\pi + 6$



$$L = 3 \left(2 + \frac{2\delta}{3} \right) = \boxed{6 + 2\delta}$$

28. Calculați: $1 + 11 + 21 + 31 + \dots + 91$.

- a) 460 b) 375 c) 730 d) 200 e) 510

$$1 + 11 + \dots + 91 = 1 + 1 + 10 + 1 + 20 + \dots + 1 + 90 = \underbrace{1 + 1 + \dots + 1}_{\text{de } 10 \text{ ori}} + 10 + \dots + 90 = 10 + 450 = \boxed{460}$$

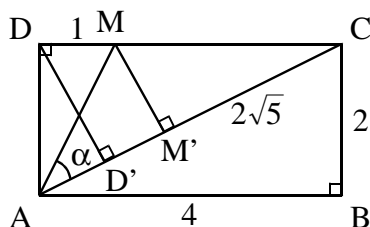
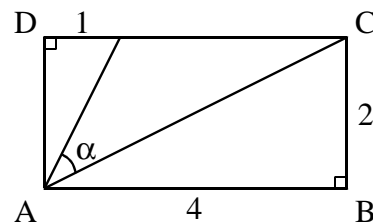
29 Dacă $\frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2$ și $\frac{12}{x} - \frac{9}{y} = 3$, calculați $x + y$.

- a) 3 b) 5 c) 6 d) 7 e) 8

$$\begin{cases} \frac{2}{x} + \frac{3}{y} = 2 \\ \frac{12}{x} - \frac{9}{y} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{6}{x} + \frac{9}{y} = 6 \\ \frac{12}{x} - \frac{9}{y} = 3 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \frac{18}{x} = 9 \\ y = \frac{9}{6 - \frac{3}{x}} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = 3 \end{cases} \Leftrightarrow x + y = \boxed{5}$$

30. În figura alăturată, ABCD este un dreptunghi. Aflați $\text{tg } \alpha$.

- a) 1 b) $\frac{2}{3}$ c) $\frac{3}{4}$
d) $\frac{1}{2}$ e) $\frac{3}{2}$



$$DD' = \frac{4\sqrt{5}}{5} \Rightarrow MM' = \frac{3\sqrt{5}}{5} \Rightarrow AM' = \frac{4\sqrt{5}}{5} \Rightarrow \text{tg } \alpha = \boxed{\frac{3}{4}}$$

31. Rezolvați ecuația în \mathbb{N} : $-1+2-3+4-\dots-x+(x+1)=2003$

- a) $x=4003$ b) $x=4005$ c) $x=4007$ d) $x=4009$ e) $x=4001$

$$-1+2-3+4-\dots-x+(x+1) = (-1+2)+(-3+4)+\dots+(-x+x+1) = 2003 \Leftrightarrow \frac{x+1}{2} = 2003 \Rightarrow \boxed{x = 4005}$$

32 Care este cea de a 2003-a cifră a numărului 1357911131517...20012003?

- a) 1 b) 2 c) 5 d) 6 e) 7

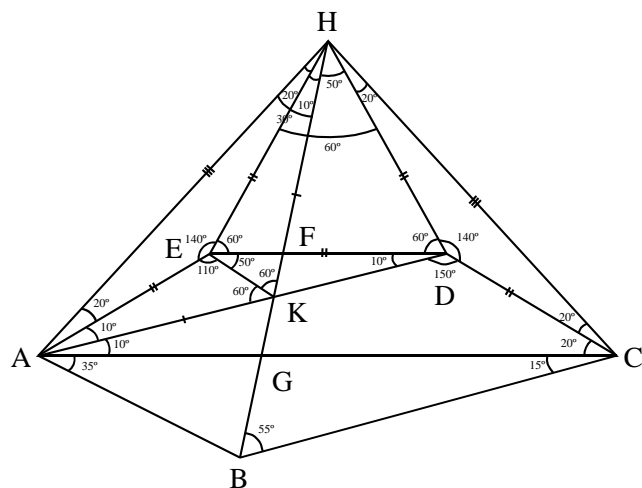
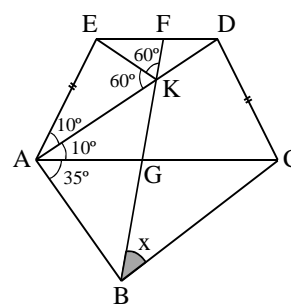
$$\left. \begin{array}{l} 1 \dots 9 \quad 1 \cdot 5 = 5 \text{ cifre} \\ 11 \dots 99 \quad 2 \left(\frac{100-10}{2} \right) = 90 \text{ cifre} \\ 101 \dots 999 \quad 3 \left(\frac{1000-100}{2} \right) = 1350 \text{ cifre} \\ 1001 \dots 1199 \quad 4 \left(\frac{1200-1000}{2} \right) = 400 \text{ cifre} \\ 1201 \dots 1299 \quad 4 \left(\frac{1300-1200}{2} \right) = 200 \text{ cifre} \end{array} \right\} \begin{array}{l} 1445 \text{ cifre} \\ 1845 \text{ cifre} \\ 2045 \text{ cifre} \end{array}$$

$$2003 - 1845 = 158 = 4 \cdot 39 + 2$$

Cifra pe care o căutăm este a doua cifră a celui de al 40-lea număr din șirul 1201, 1203, ..., 1299, șir de 50 de elemente. Toate numerele din șir au a doua cifră egală cu 2.

33. Priviți figura alăturată. Dacă $ED \parallel AC$ și $AE=DC$, aflați x .

- a) 35° b) 45° c) 15°
d) 63° e) 55°



$\angle CAD = \angle ADE = \angle EAD = 10^\circ \Rightarrow AE = ED = DC$. Construim AG a.i. $\angle HAE = 20^\circ$ și $H \in BF$. În $\triangle AKH$, $\angle A = 30^\circ$;
 $\angle K = 120^\circ \Rightarrow \angle H = 30^\circ \Rightarrow AK = KH$. $\triangle AKE \cong \triangle HKE \Rightarrow$
 $EH = AE$, $\angle EHK = 10^\circ \Rightarrow \angle AHE = 20^\circ \Rightarrow \angle AEH = 140^\circ \Rightarrow$
 $\angle HED = 60^\circ \Rightarrow HD = ED = DC \Rightarrow \angle DCH = 20^\circ$. În $\triangle AHC$,
 $\angle A = \angle C = 40^\circ \Rightarrow AH = HC$. În $\triangle AHB$, $\angle H = 30^\circ$, $\angle A = 75^\circ$
 $\Rightarrow \angle B = 30^\circ \Rightarrow AH = HB \Rightarrow \triangle BHC$ este isoscel
 $\Rightarrow x = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$.

34. Dacă $x = \frac{3}{19} + \frac{4}{25} + \frac{5}{31}$, atunci suma $\frac{1}{57} + \frac{1}{75} + \frac{1}{93}$ exprimată în funcție de x este:

- a) $1-3x$ b) $1-2x$ c) $\frac{1-3x}{2}$ d) $\frac{1-2x}{2}$ e) $\frac{2-3x}{2}$

$$\frac{1}{57} + \frac{1}{75} + \frac{1}{93} = \frac{1}{3} \left(\frac{1}{19} + \frac{1}{25} + \frac{1}{31} \right) = \frac{1}{3} \left(1 - \frac{18}{19} + 1 - \frac{24}{25} + 1 - \frac{30}{31} \right) = \frac{1}{3} \left[3 - \left(\frac{18}{19} + \frac{24}{25} + \frac{30}{31} \right) \right] =$$

$$\frac{1}{3} \left[3 - 6 \left(\frac{3}{19} + \frac{4}{25} + \frac{5}{31} \right) \right] = \frac{1}{3} (3 - 6x) = \boxed{1-2x}$$

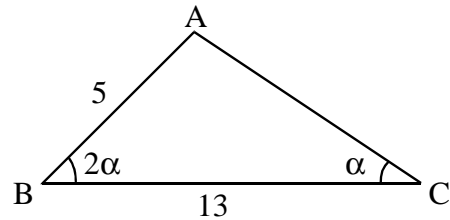
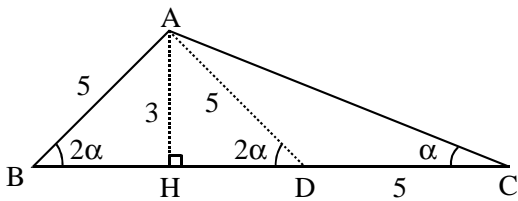
35. Câte triunghiuri isoscele (nedegenerate) cu perimetrul 100 pot fi formate ținând că lungimile laturilor sunt numere naturale?

- a) 25 b) 49 c) 24 d) 50 e) nici unul

Fie b lungimea bazei și L lungimea laturilor. Singura condiție ca triunghiul să existe și să nu fie degenerat este ca $0 < b < 2L$. Dar $b = 100 - 2L$, $b < 2L \Leftrightarrow 100 - 2L < 2L \Rightarrow 100 < 4L \Leftrightarrow L < 25$ și din $2L < 100 \Rightarrow L < 50$. În concluzie $26 \leq L \leq 49$. Numărul triunghiurilor este $\boxed{24}$

36. Calculați aria Δ -lui ABC.

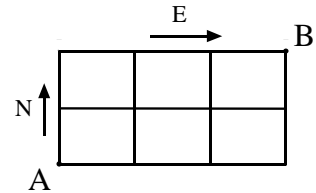
- a) $\frac{32}{5}$ b) $\frac{35}{2}$ c) $\frac{39}{2}$
 d) $\frac{45}{2}$ e) 30



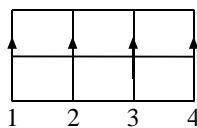
Construim $AD=5 \Rightarrow \sphericalangle DCA + \sphericalangle DAC = \sphericalangle ADB \Leftrightarrow \alpha + \sphericalangle DAC = 2\alpha \Rightarrow \sphericalangle DAC = \alpha$
 $\Rightarrow AD=DC=5 \Rightarrow BD=8 \Rightarrow BH=4 \Rightarrow$
 $AH = \sqrt{AB^2 - BH^2} = 3 \Rightarrow A_{ABC} = \frac{AH \cdot BC}{2} = \frac{39}{2}.$

37. Figura reprezintă o hartă parțială a străzilor unui oraș. Un om dorește să ajungă din punctul A în punctul B. Țiind că se poate deplasa doar înspre Nord și Est, care este numărul de drumuri posibile pe care le poate urma ca să ajungă de la A la B?

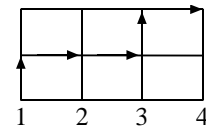
- a) 8 b) 10 c) 12
 d) 14 e) 15



Un drum este unic determinat numai de mișcările pe verticală (spre Nord). Orice drum conține două mișcări pe verticală.



Dacă cele 2 mișcări se fac pe aceeași verticală (1,2,3,4) se obțin 4 drumuri. Dacă cele 2 mișcări se fac pe verticale diferite, acest verticală pot fi alese în 6 moduri (1,2)(1,3)(1,4)(2,3)(2,4)(3,4). De exemplu, alegerea (1,3) are drumul:



În total se obțin 10 drumuri.

38 Găsiți $x+y+z$ dacă $\overline{xyz} + \overline{xzy} : 7$.

- a) {7,14} b) {14,21} c) {7,21} d) {7,14,12}
 e) {7,14,21}

$$\overline{xyz} + \overline{xzy} : 7 \Leftrightarrow 200x + 11(y+z) : 7 \Leftrightarrow 7 \cdot 28x + 4x + 7(y+z) + 4(y+z) : 7 \Leftrightarrow 4x + 4(y+z) : 7$$

$$\Leftrightarrow 4(x+y+z) : 7 \Leftrightarrow x+y+z : 7$$

$$x, y, z \in \{0, 1, \dots, 9\} \Rightarrow x+y+z \in \{7, 14, 21\}$$

39. Dacă $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $1 < x < 3$, aflați $|2x - |3 - x|| - 2x$.

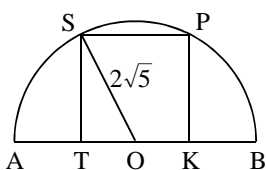
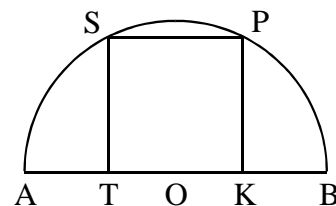
- a) $x - 3$ b) $3 - x$ c) $3 - 5x$ d) $3 - 3x$ e) $5x - 3$

$$1 < x < 3 \Rightarrow |3 - x| = 3 - x. |2x - |3 - x|| = |2x - (3 - x)| = |3x - 3| = 3|x - 1|$$

$$1 < x < 3 \Rightarrow |x - 1| = x - 1 \Rightarrow |2x - |3 - x|| - 2x = \boxed{x - 3}$$

40. Pătratul STKP este înscris într-un semicerc. Țiind că $AB = 4\sqrt{5}$, aflați latura pătratului.

- a) 2 b) 3 c) 4
 d) 5 e) 6



$$OK = OT = \frac{l}{2}. OS = OA = \frac{4\sqrt{5}}{2} = 2\sqrt{5}. OS^2 = ST^2 + TO^2 \Leftrightarrow 20 = l^2 + \left(\frac{l}{2}\right)^2 \Leftrightarrow 20 = \frac{5l^2}{4} \Leftrightarrow l^2 = 16 \Leftrightarrow l = 4$$