

# CONCURSUL INTERJUDEȚEAN DE MATEMATICĂ NICOLAE COCULESCU

Ediția a V-a, 28 noiembrie 2008

## Clasa a VI-a

1. a) Să se determine care pot fi ultimele două cifre ale sumei a 75 de numere naturale consecutive.

b) Patru numere naturale nenule au proprietatea că media aritmetică a oricăror trei este divizibilă cu al patrulea. Să se demonstreze că numerele sunt egale.

*Costel Anghel, Marius Perianu*

2. Determinați cel mai mic număr natural  $n$  cu proprietatea că suma resturilor obținute prin împărțirea la 10, 11, 12, ..., 19 este egală cu 135.

*Emil Ciolan*

3. Fie  $a = 2008! + 2007! + \dots + 3! + 2!$ , unde pentru  $n \in \mathbb{N}^*$  am notat  $n! = 1 \cdot 2 \cdot \dots \cdot n$  și  $\overline{a_1 a_2 a_3 \dots a_p}$  reprezentarea lui  $a$  în baza 10. Dacă

$$s = \overline{a_1 a_2} + \overline{a_3 a_4} + \overline{a_5 a_6} + \dots \text{ (ultimul termen fiind format din una sau două cifre),}$$

să se arate că  $a$  și  $s$  nu sunt pătrate perfecte.

*Cătălin Amza*

4. Pe o dreaptă  $d$  se consideră punctele  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_{45}$ , astfel încât

$$A_1 A_2 = A_2 A_3 = A_3 A_4 = \dots = A_{44} A_{45} = 1.$$

Să se arate că oricum am alege 10 puncte din mulțimea  $\{A_1, A_2, A_3, \dots, A_{45}\}$ , există printre acestea 4, notate  $M, N, P, Q$ , astfel încât segmentele  $[MN]$  și  $[PQ]$  să aibă același mijloc.

*Maria Pop*

### NOTĂ.

1. Timp de lucru 3 ore.
2. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se redactează pe o coală separată.
3. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.