CONCURSUL INTERJUDEŢEAN DE MATEMATICĂ
NICOLAE COCULESCU

Ediţia a V-a, 28 noiembrie 2008

Clasa a VIII-a

1. a) Să se arate că $(2x+3y)^2 - 3(x+2y)^2 = x^2 - 3y^2$, oricare ar fi $x, y \in \mathbb{R}$.
b) Să se arate că există o infinitate de numere naturale n pentru care $\sqrt{3n^2+7n+4} \in \mathbb{Q}$.

Florian Dumitrel

2. Fie $A_1A_2...A_n$ un poligon regulat cu $n \geq 4$ vârfuri. Să se determine numărul maxim de elemente ale unei mulţimi $M \subset \{A_1,\ A_2,\ ...,\ A_n\}$ astfel încât oricare patru puncte din M să nu fie vârfurile unui dreptunghi (sau pătrat).

Vasile Pop

3. Fie A şi B două mulţimi de numere naturale nenule cu proprietatea că pentru orice $a \in A$, există $b \in B$ astfel încât pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$, numerele $\dfrac{b^{2n-1}+b^{2n}}{a^{2n-1}}$ şi $\dfrac{a^{2n}+a^{2n+1}}{b^{2n}}$ sunt naturale. Să se demonstreze că $A \subset B$.

Marius Perianu

4. Se consideră piramida $VABC$, cu $ABCD$ patrulater convex. Se notează M, N, P, Q mijloacele muchiilor $[AB]$, $[BC]$, $[CD]$, $[DA]$ şi G_1, G_2, G_3, G_4 centrele de greutate ale triunghiurilor VAB, VBC, VCD, respectiv VDA. Să se demonstreze că dreptele MG_3, NG_4, PG_1, QG_2 sunt concurente.

Costel Anghel

NOTĂ.

1. Timp de lucru 3 ore.
2. Toate subiectele sunt obligatorii. Fiecare subiect se redactează pe o coală separată.
3. Fiecărui subiect i se acordă de la 0 la 7 puncte.