



- 1) Fie  $a$  și  $b$  numere reale nenule astfel încât  $a^2b^2(a^2b^2+4)=2(a^6+b^6)$ .
  - a) Dați exemplu de două numere reale nenule  $a$  și  $b$  care verifică această egalitate.
  - b) Arătați că  $a$  și  $b$  nu pot fi simultan numere raționale.
  
- 2) Spunem că o mulțime finită de numere reale  $M$  are proprietatea (S) dacă pentru orice trei elemente distincte din  $M$ , putem alege două care au suma un element al lui  $M$ .
  - a) Dați exemplu de o mulțime cu 7 elemente care are proprietatea (S).
  - b) Care este cel mai mare număr de elemente pe care poate să-l aibă o mulțime cu proprietatea (S) ? Justificați.
  
- 3) Se consideră  $\Delta ABC$  dreptunghic în  $A$  și  $AD$ ,  $BE$ ,  $CF$  bisectoarele sale concurente în punctul  $I$ . Demonstrați că:
  - a)  $\frac{1}{BD^2} + \frac{1}{CD^2} = \frac{2}{AD^2}$
  - b)  $\frac{BI \cdot IE}{CI \cdot IF} = \frac{AB}{AC}$
  
- 4) În interiorul  $\Delta ABC$  se consideră un punct  $D$  astfel încât  $\angle DAC = \angle ACD = 30^\circ$ ,  $\angle ABD = 60^\circ$  și punctele  $E \in (BC)$ ,  $F \in (AC)$  astfel încât  $BE = EC$  și  $AF = 2FC$ .
  - a) Determinați  $m(\angle FDC)$ .
  - b) Demonstrați că  $DE \perp EF$ .