



1) Determinați numerele naturale n , m , p care verifică simultan relațiile: $n+1=2m^2$ și $n^2+1=2p^2$.

2) În vârfurile unui cub putem pune 1 sau -1 iar pe fiecare față a cubului vom pune produsul numerelor aflate în cele patru vârfuri ale feței respective.

Fie S suma numerelor din cele opt vârfuri ale cubului și a celor șase numere de pe fețele sale. Ce valori poate avea suma S ? Justificați.

3) Fie $ABCD A' B' C' D'$ un paralelipiped oarecare și M un punct în spațiu.

Demonstrați că:

a) $MA^2 + MC^2 + MB'^2 + MD'^2 = MA'^2 + MC'^2 + MB^2 + MD^2$.

b) $MA^2 + MC^2 + MB'^2 + MD'^2 \geq AB^2 + AD^2 + AA'^2$ pentru orice punct M din spațiu.

Determinați punctele M pentru care are loc egalitatea.

4) Fie ΔABC un triunghi ascuțitunghic, cu $m(\angle BAC) = 60^\circ$ dar care nu este echilateral.

Înălțimea din A și bisectoarea interioară din A a triunghiului ABC intersectează cercul circumscris acestuia în punctele U , respectiv V . Punctul P este situat pe segmentul UV

astfel încât $UP = 2VP$. Dacă notăm $AP \cap BC = \{R\}$, calculați raportul $\frac{AR}{RP}$.