

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**

**ETAPA LOCALĂ CLASA a VI-a**

**București**

**10.02.2024**

**Numele:** .....

**Inițiala prenumelui tatălui:** .....

**Prenumele:** .....

**Școala de proveniență:** .....

**Centrul de examen:** .....

**Localitatea:** .....

**Județul:** .....

Nume și prenume asistent	Semnătura



MINISTERUL EDUCAȚIEI



SOCIETATEA DE  
ȘTIINȚE MATEMATICE  
DIN ROMÂNIA



INSPECTORATUL ȘCOLAR AL  
MUNICIPIULUI BUCUREȘTI

**Varianta 1**

**Timp de lucru 180 de minute**

**Fiecare problemă se punctează cu 1 punct**

**Alegeți varianta de răspuns. Pentru fiecare întrebare, un singur răspuns este cel corect.**

**1.** Doi muncitori sapă 2 m de șanț în 2 ore. În 5 ore, câți muncitori vor săpa 5 m de șanț?

**A** 5                      **B** 10                      **C** 4                      **D** 3                      **E** 2

**2.** Dacă  $\overline{abab}$  și răsturnatul său sunt direct proporționale cu numerele 2 și 9, atunci  $a + b$ :

**A** 11                      **B** 7                      **C** 9                      **D** 8                      **E**  $\emptyset$

**3.** Un obiect se ieftinește cu 40%. Cu cât la sută ar trebui să se scumpească, pentru a ajunge la prețul inițial?

**A** 0, (6)%                      **B** 40%                      **C** 60%                      **D** 66, (6)%                      **E** 70%

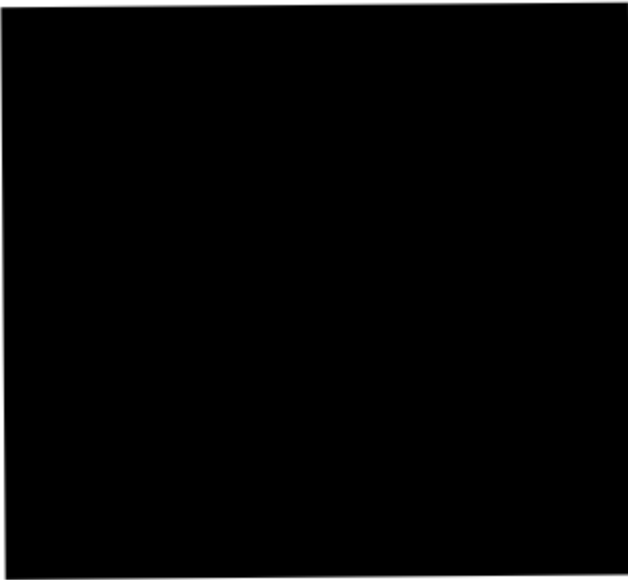
**4.** Fie două unghiuri adiacente suplementare  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOD$  și semidreapta  $[OC \subset Int(\sphericalangle BOD)$ . Aflați  $m(\sphericalangle COD) - m(\sphericalangle AOB)$ , dacă au loc egalitățile:

$$6 \cdot m(\sphericalangle AOB) = 3 \cdot m(\sphericalangle BOC) = 4 \cdot m(\sphericalangle COD).$$

**A**  $0^\circ$                       **B**  $20^\circ$                       **C**  $100^\circ$                       **D**  $60^\circ$                       **E**  $40^\circ$

**5.** Dacă raportul dintre măsura complementului și măsura suplementului unui unghi este  $\frac{2}{5}$ , atunci măsura unghiului este:

**A**  $15^\circ$                       **B**  $30^\circ$                       **C**  $60^\circ$                       **D**  $90^\circ$                       **E**  $150^\circ$



6. Fie  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$  două unghiuri neadiacente. Știind că diferența lor este egală cu  $60^\circ$ , aflați măsura unghiului determinat de bisectoarele celor două unghiuri.

A  $90^\circ$                       B  $45^\circ$                       C  $60^\circ$                       D  $30^\circ$                       E  $0^\circ$

7. Determinați suma numerelor naturale prime  $a, b, c$ , știind că  $a - b + c = 44$  și  $a + b = 76$

A 123                      B 67                      C 76                      D 78                      E 79

8. Restul împărțirii lui  $8^{2024}$  la 13 este:

A 12                      B 1                      C 8                      D 9                      E 5

9. Câte numere naturale  $\overline{abc}$  pentru care  $\overline{abc}, \overline{bca}, \overline{cab}$  sunt direct proporționale cu  $\overline{ab}, \overline{bc}, \overline{ca}$  există?

A 1                      B 10                      C 8                      D 0                      E 9

10. Câte perechi de numere naturale nenule  $(x, y)$  care verifică  $xy + 2x + 3y = 22$  există:

A 0                      B 1                      C 2                      D 3                      E 4

11. Cât este suma numerelor naturale  $x, y, z$  dacă:  $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{337} = \frac{2021}{2022}$ :

A 58                      C 2021                      B 342                      D 56                      E 3

12. Precizați numărul divizorilor lui  $N = 2023^{22}$  care sunt pătrate perfecte sau cuburi perfecte:

A 314                      B 33                      C 265                      D 44                      E 18

13. Determinați câte numere  $\overline{abc}$  există, știind că numărul  $A = \overline{abcabc} + \overline{d00d}$  este pătrat perfect.

A 0                      B 10                      C 9                      D 5                      E 8

14. În jurul punctului O considerăm unghiurile  $\sphericalangle AOB$  și  $\sphericalangle BOC$  adiacente, cu  $\sphericalangle AOB < \sphericalangle BOC$  și  $\sphericalangle AOB + \sphericalangle BOC < 180^\circ$ . Notăm cu  $[OM$  și  $[ON$  bisectoarele unghiurilor  $\sphericalangle AOB$ , respectiv  $\sphericalangle BOC$ , iar cu  $[OP$  bisectoarea unghiului  $\sphericalangle MON$ . Știind că suplementul unghiului  $\sphericalangle AOC$  este de 4 ori mai mare de cât  $\sphericalangle POB$ , măsura unghiului  $\sphericalangle BOC$  este de:

A  $36^\circ$                       B  $30^\circ$                       C  $45^\circ$                       D  $90^\circ$                       E  $15^\circ$

15. Fie unghiul alungit  $\sphericalangle AOB$ . De aceeași parte a dreptei  $AB$ , pornind de la  $A$  spre  $B$ , se consideră punctele  $M, N$  și  $P$ . Unghiurile  $\sphericalangle AOM, \sphericalangle MON, \sphericalangle NOP$  și  $\sphericalangle POB$  au măsurile exprimate prin grade sexagesimale astfel:  $\sphericalangle AOM = x, \sphericalangle MON = x + n, \sphericalangle NOP = x + 2n, \sphericalangle POB = x + 3n$ , unde  $x > 1$  și  $n \in \mathbb{N}^*$ . Determinați diferența dintre cea mai mare și cea mai mică valoare pe care o poate lua  $x$ .

A  $35^\circ$                       B  $45^\circ$                       C  $40^\circ$                       D  $44^\circ$                       E  $30^\circ$

16. Fie unghiul  $\sphericalangle AOD$  cu  $\sphericalangle AOD < 180^\circ$  și, în interiorul său, semidreptele  $[OX, [OB, [OC, [OY$ , astfel încât să avem următoarea ordine:  $[OA, [OX, [OB, [OC, [OY, [OD$ . Dacă  $\sphericalangle AOD = t\sphericalangle BOC, \sphericalangle BOX = k\sphericalangle AOX, \sphericalangle YOC = k\sphericalangle DOY$ , unde  $k, t > 1$ , aflați raportul  $\frac{\sphericalangle BOC}{\sphericalangle XOY}$ .

**A**  $\frac{k}{t}$                       **B**  $\frac{k+1}{kt}$                       **C**  $\frac{k}{kt+1}$                       **D**  $\frac{k+1}{kt+1}$                       **E**  $\frac{k}{tk+1}$

17. Să se determine cardinalul mulțimii:

$$A = \left\{ \overline{abc} \mid a > c \text{ și există } p \text{ număr natural prim, } p > 2, \text{ astfel încât } (\overline{abc} - \overline{cba}) : p^3 \right\}$$

**A** 10                      **B** 100                      **C** 90                      **D** 60                      **E** 0

18. În mulțimea  $\{1, 2, 3, \dots, n\}$ , 123 de numere se divid cu 2, dar nu se divid cu 4, iar 62 de numere se divid cu 4, dar nu se divid cu 8. Să se afle câte numere  $n$  îndeplinesc condiția.

**A** 0                      **B** 1                      **C** 492                      **D** 2                      **E**  $n \geq 400$

19. Pe segmentul  $AB$  se consideră punctele  $M$  și  $N$  astfel încât  $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$  și  $\frac{AN}{AB} = \frac{4}{5}$ . Fie  $O$  și  $P$  mijloacele segmentelor  $MN$ , respectiv  $AB$ . Dacă  $OP = 10,5 \text{ cm}$ , atunci lungimea segmentului  $AB$  este:

**A** nu se poate de-termina    **B** 90 cm                      **C** 45 cm                      **D** 60 cm                      **E** 50,5 cm

20. Unghiurile  $AOB$  și  $BOC$  sunt adiacente suplementare și  $m(\sphericalangle AOB) = 150^\circ$ . În semiplanul opus semiplanului determinat de dreapta  $AC$  și punctul  $B$  se iau semidreptele  $[OD$  astfel încât  $m(\sphericalangle DOB) = 120^\circ$ ,  $[OE$  astfel încât  $m(\sphericalangle EOC) = 2 \cdot m(\sphericalangle BOC)$  și  $[OF$  astfel încât  $\sphericalangle FOD \equiv \sphericalangle EOC$ . Calculați măsurile unghiurilor  $EOB$ ,  $DOC$  și  $BOF$ .

**A**  $90^\circ, 90^\circ, 180^\circ$     **B**  $60^\circ, 60^\circ, 120^\circ$     **C**  $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$     **D**  $30^\circ, 60^\circ, 180^\circ$     **E**  $45^\circ, 45^\circ, 180^\circ$

21. Pe cercul  $C(O, R)$  se consideră punctele  $A, B, C, D$  și  $E$ , astfel încât măsurile arcelor  $\widehat{AB}, \widehat{BC}$  și  $\widehat{CD}$  să fie direct proporționale cu numerele 5, 2 și 4, iar măsurile arcelor  $\widehat{CD}, \widehat{DE}$  și  $\widehat{EA}$  să fie invers proporționale cu numerele 0, 1(6), 0, (6) și 0, 5. Dacă  $[OM$  este bisectoarea  $\sphericalangle BOD$  și  $[ON$  este bisectoarea unghiului  $\sphericalangle EOA$  calculați  $\sphericalangle MOD + \sphericalangle EON$ :

**A**  $88^\circ$                       **B**  $99^\circ$                       **C**  $90^\circ$                       **D**  $45^\circ$                       **E**  $60^\circ$

22. Dreptele  $AB$  și  $CD$  se intersectează în  $O$  ( $\sphericalangle AOD$  ascuțit). Fie  $[OM$  bisectoarea  $\sphericalangle AOD$ ,  $[OL$  bisectoarea  $\sphericalangle MOB$ ,  $[OF$  bisectoarea  $\sphericalangle LOC$ . Fie  $m(\sphericalangle AOD) = x$ . Dacă  $m(\sphericalangle MOF) = 139^\circ$ , aflați  $x$  și măsura  $\sphericalangle MOL$ .

**A**  $41^\circ, 82^\circ$                       **B**  $32^\circ, 72^\circ$                       **C**  $32^\circ, 64^\circ$                       **D**  $30^\circ, 90^\circ$                       **E**  $15^\circ, 60^\circ$

23. Fie unghiul propriu  $\sphericalangle AOB$  și punctele  $M, N$  astfel încât  $M$  este în interiorul unghiului  $\sphericalangle AOB$ , iar  $N$  în exteriorul unghiului  $\sphericalangle AOB$ . Considerăm semidreapta  $OP$ , unde  $P$  aparține interiorului unghiului  $\sphericalangle AOM$ , astfel încât măsurile unghiurilor  $\sphericalangle AOP$  și  $\sphericalangle POM$  sunt direct proporționale cu 2 și 3, iar  $\sphericalangle POB = 60^\circ$ . Dacă  $\sphericalangle BOM = 3 \cdot \sphericalangle BON$ , iar  $OQ$  este bisectoarea unghiului  $\sphericalangle AOP$ , atunci măsura unghiului  $\sphericalangle NOQ$  este:

**A**  $110^\circ$                       **B**  $120^\circ$                       **C**  $100^\circ$                       **D**  $90^\circ$                       **E**  $80^\circ$

24. La un concurs de matematică, la care participă 50 de elevi, se oferă spre rezolvare 3 probleme. Știind că fiecare elev a rezolvat cel puțin o problemă și că numărul de soluții corecte ale tuturor concurenților este 100, notăm cu  $m$  numărul celor care au rezolvat corect toate cele trei probleme, atunci

**A**  $m = 26$                       **B**  $m > 26$                       **C**  $m \geq 25$                       **D** toate afirmațiile sunt false    **E**  $m \leq 25$