

OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ

ETAPA LOCALĂ CLASA a VI-a

București

10.02.2024

Numele:

Inițiala prenumelui tatălui:

Prenumele:

Școala de proveniență:

Centrul de examen:

Localitatea:

Județul:

Nume și prenume asistent	Semnătura



MINISTERUL EDUCAȚIEI



SOCIETATEA DE
ȘTIINȚE MATEMATICE
DIN ROMÂNIA



INSPECTORATUL ȘCOLAR AL
MUNICIPIULUI BUCUREȘTI

Varianta 2

Țimp de lucru 180 de minute

Fiecare problemă se punctează cu 1 punct

Alegeți varianta de răspuns. Pentru fiecare întrebare, un singur răspuns este cel corect.

1. Un obiect se ieftinește cu 40%. Cu cât la sută ar trebui să se scumpească, pentru a ajunge la prețul inițial?

- A 0, (6)% B 40% C 60% D 66, (6)% E 70%

2. Fie două unghiuri adiacente suplementare $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOD$ și semidreapta $[OC \subset \text{Int}(\sphericalangle BOD)]$. Aflați $m(\sphericalangle COD) - m(\sphericalangle AOB)$, dacă au loc egalitățile:

$$6 \cdot m(\sphericalangle AOB) = 3 \cdot m(\sphericalangle BOC) = 4 \cdot m(\sphericalangle COD).$$

- A 0° B 20° C 100° D 60° E 40°

3. Fie $\sphericalangle AOB$ și $\sphericalangle BOC$ două unghiuri neadiacente. Știind că diferența lor este egală cu 60° , aflați măsura unghiului determinat de bisectoarele celor două unghiuri.

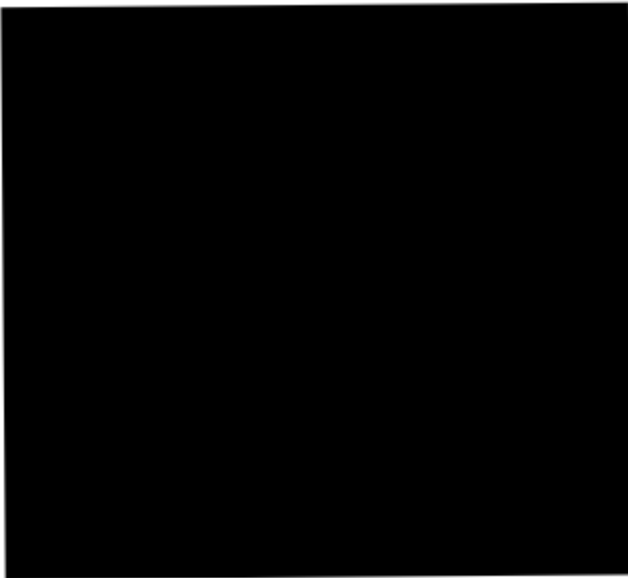
- A 90° B 45° C 60° D 30° E 0°

4. Dacă \overline{abab} și răsturnatul său sunt direct proporționale cu numerele 2 și 9, atunci $a + b$:

- A 11 B 7 C 9 D 8 E \emptyset

5. Doi muncitori sapă 2 m de șanț în 2 ore. În 5 ore, câți muncitori vor săpa 5 m de șanț?

- A 5 B 10 C 4 D 3 E 2



6. Dacă raportul dintre măsura complementului și măsura suplementului unui unghi este $\frac{2}{5}$, atunci măsura unghiului este:

- A 15° B 30° C 60° D 90° E 150°

7. Precizați numărul divizorilor lui $N = 2023^{22}$ care sunt pătrate perfecte sau cuburi perfecte:

- A 314 B 33 C 265 D 44 E 18

8. Câte perechi de numere naturale nenule (x, y) care verifică $xy + 2x + 3y = 22$ există:

- A 0 B 1 C 2 D 3 E 4

9. Determinați suma numerelor naturale prime a, b, c , știind că $a - b + c = 44$ și $a + b = 76$

- A 123 B 67 C 76 D 78 E 79

10. Câte numere naturale \overline{abc} pentru care $\overline{abc}, \overline{bca}, \overline{cab}$ sunt direct proporționale cu $\overline{ab}, \overline{bc}, \overline{ca}$ există?

- A 1 B 10 C 8 D 0 E 9

11. Restul împărțirii lui 8^{2024} la 13 este:

- A 12 B 1 C 8 D 9 E 5

12. Cât este suma numerelor naturale x, y, z dacă: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{337} = \frac{2021}{2022}$:

- A 58 C 2021 B 342 D 56 E 3

13. Unghiurile AOB și BOC sunt adiacente suplementare și $m(\sphericalangle AOB) = 150^\circ$. În semiplanul opus semiplanului determinat de dreapta AC și punctul B se iau semidreptele $[OD$ astfel încât $m(\sphericalangle DOB) = 120^\circ$, $[OE$ astfel încât $m(\sphericalangle EOC) = 2 \cdot m(\sphericalangle BOC)$ și $[OF$ astfel încât $\sphericalangle FOD \equiv \sphericalangle EOC$. Calculați măsurile unghiurilor EOB, DOC și BOF .

- A $90^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ B $60^\circ, 60^\circ, 120^\circ$ C $30^\circ, 60^\circ, 90^\circ$ D $30^\circ, 60^\circ, 180^\circ$ E $45^\circ, 45^\circ, 180^\circ$

14. La un concurs de matematică, la care participă 50 de elevi, se oferă spre rezolvare 3 probleme. Știind că fiecare elev a rezolvat cel puțin o problemă și că numărul de soluții corecte ale tuturor concurenților este 100, notăm cu m numărul celor care au rezolvat corect toate cele trei probleme, atunci

- A $m = 26$ B $m > 26$ C $m \geq 25$ D toate afirmațiile sunt false E $m \leq 25$

15. Fie unghiul $\sphericalangle AOD$ cu $\sphericalangle AOD < 180^\circ$ și, în interiorul său, semidreptele $[OX, [OB, [OC, [OY,$, astfel încât să avem următoarea ordine: $[OA, [OX, [OB, [OC, [OY, [OD$. Dacă $\sphericalangle AOD = t \sphericalangle BOC, \sphericalangle BOX = k \sphericalangle AOX, \sphericalangle YOC = k \sphericalangle DOY$, unde $k, t > 1$, aflați raportul $\frac{\sphericalangle BOC}{\sphericalangle XOY}$.

- A $\frac{k}{t}$ B $\frac{k+1}{kt}$ C $\frac{k}{kt+1}$ D $\frac{k+1}{kt+1}$ E $\frac{k}{tk+1}$

16. Determinați câte numere \overline{abc} există, știind că numărul $A = \overline{abcabc} + \overline{d00d}$ este pătrat perfect.
A 0 **B** 10 **C** 9 **D** 5 **E** 8

17. Pe cercul $\mathcal{C}(O, R)$ se consideră punctele A, B, C, D și E , astfel încât măsurile arcelor $\widehat{AB}, \widehat{BC}$ și \widehat{CD} să fie direct proporționale cu numerele 5, 2 și 4, iar măsurile arcelor $\widehat{CD}, \widehat{DE}$ și \widehat{EA} să fie invers proporționale cu numerele 0, 1(6), 0, (6) și 0, 5. Dacă $[OM]$ este bisectoarea $\angle BOD$ și $[ON]$ este bisectoarea unghiului $\angle EOA$ calculați $\angle MOD + \angle EON$:

A 88° **B** 99° **C** 90° **D** 45° **E** 60°

18. Fie unghiul propriu $\angle AOB$ și punctele M, N astfel încât M este în interiorul unghiului $\angle AOB$, iar N în exteriorul unghiului $\angle AOB$. Considerăm semidreapta OP , unde P aparține interiorului unghiului $\angle AOM$, astfel încât măsurile unghiurilor $\angle AOP$ și $\angle POM$ sunt direct proporționale cu 2 și 3, iar $\angle POB = 60^\circ$. Dacă $\angle BOM = 3 \cdot \angle BON$, iar OQ este bisectoarea unghiului $\angle AOP$, atunci măsura unghiului $\angle NOQ$ este:

A 110° **B** 120° **C** 100° **D** 90° **E** 80°

19. În jurul punctului O considerăm unghiurile $\angle AOB$ și $\angle BOC$ adiacente, cu $\angle AOB < \angle BOC$ și $\angle AOB + \angle BOC < 180^\circ$. Notăm cu $[OM]$ și $[ON]$ bisectoarele unghiurilor $\angle AOB$, respectiv $\angle BOC$, iar cu $[OP]$ bisectoarea unghiului $\angle MON$. Știind că suplementul unghiului $\angle AOC$ este de 4 ori mai mare de cât $\angle POB$, măsura unghiului $\angle BOC$ este de:

A 36° **B** 30° **C** 45° **D** 90° **E** 15°

20. Să se determine cardinalul mulțimii:

$$A = \left\{ \overline{abc} \mid a > c \text{ și există } p \text{ număr natural prim, } p > 2, \text{ astfel încât } (\overline{abc} - \overline{cba}) : p^3 \right\}$$

A 10 **B** 100 **C** 90 **D** 60 **E** 0

21. Fie unghiul alungit $\angle AOB$. De aceeași parte a dreptei AB , pornind de la A spre B , se consideră punctele M, N și P . Unghiurile $\angle AOM, \angle MON, \angle NOP$ și $\angle POB$ au măsurile exprimate prin grade sexagesimale astfel: $\angle AOM = x, \angle MON = x + n, \angle NOP = x + 2n, \angle POB = x + 3n$, unde $x > 1$ și $n \in \mathbb{N}^*$. Determinați diferența dintre cea mai mare și cea mai mică valoare pe care o poate lua x .

A 35° **B** 45° **C** 40° **D** 44° **E** 30°

22. Pe segmentul AB se consideră punctele M și N astfel încât $\frac{AM}{AB} = \frac{2}{3}$ și $\frac{AN}{AB} = \frac{4}{5}$. Fie O și P mijloacele segmentelor MN , respectiv AB . Dacă $OP = 10,5 \text{ cm}$, atunci lungimea segmentului AB este:

A nu se poate de- **B** 90 cm **C** 45 cm **D** 60 cm **E** 50,5 cm

termina

23. În mulțimea $\{1, 2, 3, \dots, n\}$, 123 de numere se divid cu 2, dar nu se divid cu 4, iar 62 de numere se divid cu 4, dar nu se divid cu 8. Să se afle câte numere n îndeplinesc condiția.

A 0 **B** 1 **C** 492 **D** 2 **E** $n \geq 400$

24. Dreptele AB și CD se intersectează în O ($\angle AOD$ ascuțit). Fie $[OM]$ bisectoarea $\angle AOD$, $[OL]$ bisectoarea $\angle MOB$, $[OF]$ bisectoarea $\angle LOC$. Fie $m(\angle AOD) = x$. Dacă $m(\angle MOF) = 139^\circ$, aflați x și măsura $\angle MOL$.

A $41^\circ, 82^\circ$ **B** $32^\circ, 72^\circ$ **C** $32^\circ, 64^\circ$ **D** $30^\circ, 90^\circ$ **E** $15^\circ, 60^\circ$