OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ ETAPA LOCALĂ CLASA a VI-a București 10.02.2024		Numele: .... Inițiala prenumelui tatălui: .... Prenumele: .... Școala de proveniență: .... Centrul de examen: .... Localitatea: .... Județul: ....

Nume și prenume asistent	Semnătura

MINISTERUL EDUCAȚIEI · SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA · INSPECTORATUL ȘCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI

Varianta 4

Timp de lucru 180 de minute
Fiecare problemă se punctează cu 1 punct

Alegeţi varianta de răspuns. Pentru fiecare întrebare, un singur răspuns este cel corect.

1. Dacă $\overline{abab}$ şi răsturnatul său sunt direct proporţionale cu numerele 2 şi 9, atunci $a+b$:

A 11 **B** 7 **C** 9 **D** 8 **E** $\varnothing$

2. Un obiect se ieftineşte cu 40%. Cu cât la sută ar trebui să se scumpească, pentru a ajunge la preţul iniţial?

A $0,(6)\%$ **B** 40% **C** 60% **D** $66,(6)\%$ **E** 70%

3. Dacă raportul dintre măsura complementului şi măsura suplementului unui unghi este $\frac{2}{5}$, atunci măsura unghiului este:

A $15°$ **B** $30°$ **C** $60°$ **D** $90°$ **E** $150°$

4. Fie $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOC$ două unghiuri neadiacente. Ştiind că diferenţa lor este egală cu $60°$, aflaţi măsura unghiului determinat de bisectoarele celor două unghiuri.

A $90°$ **B** $45°$ **C** $60°$ **D** $30°$ **E** $0°$

5. Fie două unghiuri adiacente suplementare $\sphericalangle AOB$ şi $\sphericalangle BOD$ şi semidreapta $[OC \subset Int(\sphericalangle BOD)$. Aflaţi $m(\sphericalangle COD) - m(\sphericalangle AOB)$, dacă au loc egalităţile:

$$6 \cdot m(\sphericalangle AOB) = 3 \cdot m(\sphericalangle BOC) = 4 \cdot m(\sphericalangle COD).$$

A $0°$ **B** $20°$ **C** $100°$ **D** $60°$ **E** $40°$

[redacted]

6. Doi muncitori sapă 2 m de şanţ în 2 ore. În 5 ore, câţi muncitori vor săpa 5 m de şanţ?

A 5 **B** 10 **C** 4 **D** 3 **E** 2

7. Câte numere naturale $\overline{abc}$ pentru care $\overline{abc}, \overline{bca}, \overline{cab}$ sunt direct proporţionale cu $\overline{ab}, \overline{bc}, \overline{ca}$ există?

A 1 **B** 10 **C** 8 **D** 0 **E** 9

8. Determinaţi suma numerelor naturale prime $a,\ b,\ c$, ştiind că $a - b + c = 44$ şi $a + b = 76$

A 123 **B** 67 **C** 76 **D** 78 **E** 79

9. Cât este suma numerelor naturale x, y, z dacă: $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} + \frac{z}{337} = \frac{2021}{2022}$:

A 58 **C** 2021 **B** 342 **D** 56 **E** 3

10. Restul împărţirii lui 8^{2024} la 13 este:

A 12 **B** 1 **C** 8 **D** 9 **E** 5

11. Precizaţi numărul divizorilor lui $N = 2023^{22}$ care sunt pătrate perfecte sau cuburi perfecte:

A 314 **B** 33 **C** 265 **D** 44 **E** 18

12. Câte perechi de numere naturale nenule (x, y) care verifică $xy + 2x + 3y = 22$ există:

A 0 **B** 1 **C** 2 **D** 3 **E** 4

13. Fie unghiul propriu $\angle AOB$ şi punctele M, N astfel încât M este în interiorul unghiului $\angle AOB$, iar N în exteriorul unghiului $\angle AOB$. Considerăm semidreapta OP, unde P aparţine interiorului unghiului $\angle AOM$, astfel încât măsurile unghiurilor $\angle AOP$ şi $\angle POM$ sunt direct proporţionale cu 2 şi 3, iar $\angle POB = 60°$. Dacă $\angle BOM = 3 \cdot \angle BON$, iar OQ este bisectoarea unghiului AOP, atunci măsura unghiului $\angle NOQ$ este:

A 110° **B** 120° **C** 100° **D** 90° **E** 80°

14. Să se determine cardinalul mulţimii:

$$A = \left\{ \overline{abc} \mid a > c \text{ şi există p număr natural prim}, p > 2, \text{ astfel încât } (\overline{abc} - \overline{cba}) \vdots p^3 \right\}$$

A 10 **B** 100 **C** 90 **D** 60 **E** 0

15. În jurul punctului O considerăm unghiurile $\angle AOB$ şi $\angle BOC$ adiacente, cu $\angle AOB < \angle BOC$ şi $\angle AOB + \angle BOC < 180°$. Notăm cu $[OM$ şi $[ON$ bisectoarele unghiurilor $\angle AOB$, respectiv $\angle BOC$, iar cu $[OP$ bisectoarea unghiului $\angle MON$. Ştiind că suplementul unghiului $\angle AOC$ este de 4 ori mai mare de cât $\angle POB$, măsura unghiului BOC este de:

A 36° **B** 30° **C** 45° **D** 90° **E** 15°

16. Fie unghiul alungit $\angle AOB$. De aceeşi parte a dreptei AB, pornind de la A spre B, se consideră punctele M, N şi P. Unghiurile $\angle AOM, \angle MON, \angle NOP$ şi $\angle POB$ au măsurile exprimate prin grade sexagesimale astfel: $\angle AOM = x, \angle MON = x + n, \angle NOP = x + 2n, \angle POB = x + 3n$, unde $x > 1$ şi $n \in \mathbb{N}^*$. Determinţi diferenţa dintre cea mai mare şi cea mai mică valoare pe care o poate lua x.

A $35°$ **B** $45°$ **C** $40°$ **D** $44°$ **E** $30°$

17. La un concurs de matematică, la care participă 50 de elevi, se oferă spre rezolvare 3 probleme. Ştiind că fiecare elev a rezolvat cel puţin o problemă şi că numărul de soluţii corecte ale tuturor concurenţilor este 100, notăm cu m numărul celor care au rezolvat corect toate cele trei probleme, atunci

A $m = 26$ **B** $m > 26$ **C** $m \geq 25$ **D** toate afirmaţiile sunt false **E** $m \leq 25$

18. Dreptele AB şi CD se intersectează în O ($\angle AOD$ ascuţit). Fie $[OM$ bisectoarea $\angle AOD$, $[OL$ bisectoarea $\angle MOB$, $[OF$ bisectoarea $\angle LOC$. Fie $m(\angle AOD) = x$. Dacă $m(\angle MOF) = 139°$, aflaţi x şi măsura $\angle MOL$.

A $41°, 82°$ **B** $32°, 72°$ **C** $32°, 64°$ **D** $30°, 90°$ **E** $15°, 60°$

19. Pe cercul $\mathcal{C}(O, R)$ se consideră punctele A, B, C, D şi E, astfel încât măsurile arcelor $\widehat{AB}, \widehat{BC}$ şi $\widehat{CD}$ să fie direct proporţionale cu numerele $5, 2$ şi 4, iar măsurile arcelor $\widehat{CD}, \widehat{DE}$ şi $\widehat{EA}$ să fie invers proporţionale cu numerele $0,1(6), 0,(6)$ şi $0,5$. Dacă $[OM$ este bisectoarea $\angle BOD$ şi $[ON$ este bisectoarea unghiului $\angle EOA$ calculaţi $\angle MOD + \angle EON$:

A $88°$ **B** $99°$ **C** $90°$ **D** $45°$ **E** $60°$

20. Pe segmentul AB se consideră punctele M şi N astfel încât $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{2}{3}$ şi $\dfrac{AN}{AB} = \dfrac{4}{5}$. Fie O şi P mijloacele segmentelor MN, respectiv AB. Dacă $OP = 10,5\ cm$, atunci lungimea segmentului AB este:

A nu se poate determina **B** 90 cm **C** 45 cm **D** 60 cm **E** $50,5$ cm

21. Unghiurile AOB şi BOC sunt adiacente suplementare şi $m(\sphericalangle AOB) = 150°$. În semiplanul opus semiplanului determinat de dreapta AC şi punctul B se iau semidreptele $[OD$ astfel încât $m(\sphericalangle DOB) = 120°$, $[OE$ astfel încât $m(\sphericalangle EOC) = 2 \cdot m(\sphericalangle BOC)$ şi $[OF$ astfel încât $\sphericalangle FOD \equiv \sphericalangle EOC$. Calculaţi măsurile unghiurilor EOB, DOC şi BOF.

A $90°, 90°, 180°$ **B** $60°, 60°, 120°$ **C** $30°, 60°, 90°$ **D** $30°, 60°, 180°$ **E** $45°, 45°, 180°$

22. În mulţimea $\{1, 2, 3, \cdots, n\}$, 123 de numere se divid cu 2, dar nu se divid cu 4, iar 62 de numere se divid cu 4, dar nu se divid cu 8. Să se afle câte numere n îndeplinesc condiţia.

A 0 **B** 1 **C** 492 **D** 2 **E** $n \geq 400$

23. Fie unghiul $\angle AOD$ cu $\angle AOD < 180°$ şi, în interiorul său, semidreptele $[OX, [OB, [OC, [OY,$, astfel încât să avem următoarea ordine: $[OA, [OX, [OB, [OC, [OY, [OD$. Dacă $\angle AOD = t\angle BOC, \angle BOX = k\angle AOX, \angle YOC = k\angle DOY$, unde $k, t > 1$, aflaţi raportul $\frac{\angle BOC}{\angle XOY}$.

A $\frac{k}{t}$ **B** $\frac{k+1}{kt}$ **C** $\frac{k}{kt+1}$ **D** $\frac{k+1}{kt+1}$ **E** $\frac{k}{tk+1}$

24. Determinţi câte numere $\overline{abc}$ există, ştiind că numărul $A = \overline{abcabc} + \overline{d00d}$ este pătrat perfect.

A 0 **B** 10 **C** 9 **D** 5 **E** 8