Ministerul Educației Naționale
SOCIETATEA DE ȘTIINȚE MATEMATICE DIN ROMÂNIA
INSPECTORATUL ȘCOLAR AL MUNICIPIULUI BUCUREȘTI

Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală, București, 10 februarie 2024

CLASA a VII-a

Problema 1 Arătați că:

a) Arătați că $\dfrac{3\sqrt{20}-\sqrt{18}}{3\sqrt{8}}-\dfrac{\sqrt{45}-2\sqrt{3}}{2\sqrt{12}}=\dfrac{2\sqrt{50}-\sqrt{75}}{2\sqrt{20}}$;

b) Determinați $n \in \mathbb{N}$ astfel încât $\dfrac{1}{n-2} \geq \dfrac{4-\sqrt{2}}{7}$.

Problema 2 Fie numerele reale $a_n = 1-\sqrt{2}+\sqrt{3}-\sqrt{4}+\ldots+(-1)^{n-1}\sqrt{n}$, unde $n \in \mathbb{N}^*$.

a) Arătați că $a_{2024} < 0$;

b) Demonstrați că $a_n \cdot a_{n+1} < 0$, pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$;

c) Comparați numerele $x = 2\cdot(|a_1|+|a_2|+|a_3|+\ldots+|a_{2024}|)$ și $y = |a_1-a_2|+|a_2-a_3|+|a_3-a_4|+\ldots+|a_{2023}-a_{2024}|+|a_{2024}-a_1|$.

Problema 3 Fie $ABCD$ un pătrat și M un punct pe latura BC. De aceeași parte a dreptei AB se construiește pătratul $AMNP$. Arătați că punctele P, D și C sunt coliniare, iar $AC \perp CN$.

supliment Gazeta Matematică

Problema 4 Fie $ABCD$ un paralelogram cu $AC \cap BD = \{O\}$ și E un punct în exteriorul paralelogramului astfel încât D este centrul de greutate al triunghiului $\triangle AOE$. Demonstrați că:

a) $ODEF$ este paralelogram, unde $AD \cap CE = \{F\}$;

b) Aflați raportul dintre aria $\triangle ABE$ și aria paralelogramului $ABCD$.

Timp de lucru 3 ore.
Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.