



## Olimpiada Națională de Matematică

Etapa locală, București, 10 februarie 2024

### CLASA a VIII-a

**Problema 1** Determinați numerele întregi  $x$  și  $y$  care verifică relația  
 $x(x+3)(x+6)(x+9)+64=y^2$ .

*supliment Gazeta Matematică*

#### Problema 2

a) Arătați că  $\sqrt{1+a} < 1 + \frac{a}{2}$  pentru orice  $a \in (0; +\infty)$ ;

b) Calculați partea întreagă a numărului  $N = \sqrt{2} + \sqrt{\frac{3}{2}} + \sqrt{\frac{5}{4}} + \sqrt{\frac{7}{6}} + \sqrt{\frac{13}{12}}$ .

**Problema 3** În prisma triunghiulară dreaptă  $ABCA'B'C'$ , fie  $O$  centrul feței  $BCC'B'$ , iar  $A'O \cap (ABC) = \{D\}$ .

a) Arătați că patrulaterul  $ABDC$  este paralelogram;

b) Dacă  $M \in (CC')$  astfel încât  $MC = 2MC'$  și  $\{E\} = MO \cap (ABC)$ , aflați raportul dintre ariile triunghiurilor  $\triangle BCD$  și  $\triangle ADE$ .

**Problema 4** Fie  $ABCD$  un tetraedru,  $G$  centrul de greutate al  $\triangle ACD$ ,  $H$  ortocentrul  $\triangle ABD$ , și  $I$  centrul cercului înscris în  $\triangle ABC$ . Știind că  $BG \perp (ACD)$ ,  $CH \perp (ABD)$  și  $DI \perp (ABC)$ , demonstrați că  $ABCD$  este tetraedru regulat.

*Timp de lucru 3 ore.*

*Fiecare problemă este notată cu 7 puncte.*