1) $\overline{abc} \cdot 1001 = 91 \cdot \overline{ac} \cdot 101$

$1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$

$\Rightarrow \overline{abc} \cdot 11 = \overline{ac} \cdot 101,\ (11,101) = 1 \Rightarrow 11/\overline{ac} \Rightarrow \boxed{a = c}$

$\Rightarrow \overline{aba} \cdot 11 = a \cdot 11 \cdot 101 \Rightarrow \overline{aba} = \overline{a0a} \Rightarrow \boxed{b = 0}$

$\Rightarrow Numerele\ sunt\ \overline{a0a}, a \in \{1,2,3, \dots ,9\}$

2) a) Deoarece $1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 = 36$ $și$
$nu\ există\ un\ dreptunghi\ cu\ aria\ 7 (7 > latura\ pătratului)$
$\Rightarrow nu\ putem\ împărți\ pătratul\ în\ mai\ mult\ de\ 7\ dreptunghiuri.$
$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 15 = 36$. *Putem împărţi în 7 dreptunghiuri. O împărţire posibilă este:*

7	7	7	7	7	6
7	7	7	7	7	6
7	7	7	7	7	6
5	5	5	5	5	6
3	3	3	4	4	6
1	2	2	4	4	6

b) $n = 1 \Rightarrow 6\ X\ 6\ fals$
n *=1. Dacă împărţim pătratul în două dreptunghiuri două dintre dimensiuni ar fi egale cu 6, fals.*
$n \geq 4 \Rightarrow$ *vom avea cel puţin o dimensiune* $l_i \geq 7\ fals$
$n = 3;\ l_1,\ l_2, l_3, l_4, l_5, l_6 \leq 6, distincte \Rightarrow$
$\{l_1,\ l_2, l_3, l_4, l_5, l_6\} = \{1, 2, 3,4,5,6\}$ *și*
$l_1 \cdot\ l_2 + l_3 \cdot l_4 + l_5 \cdot l_6 = 36,$ *36 număr par, putem avea situaţiile* $P + P + P = 36$ *sau* $P + I + I = 36$ *fals deoarece avem 3 dimensiuni pare.*

$Rămâne\ de\ studia\ ecuaţia$
$2x + 4y + 6z = 36/:2 \Rightarrow x + 2y + 3z = 18$ *şi*
$\{x, y, z\} = \{1, 3, 5\}; 3z \vdots 3, 18 \vdots 3 \Rightarrow x + 2y \vdots 3$
Care nu are soluţii $x, y \in \{1, 3, 5\},\ x \neq y$
$\Rightarrow nu\ putem\ împărți\ pătratul.$

3) Presupunem prin absurd concluzia falsă $\Rightarrow$
$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 \leq 42$
$a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \leq 42$

$\underline{a_{20} + a_1 + a_2 + a_3 \leq 42}\ (+)$
$\Rightarrow 4(1 + 2 + 3 + \dots + 20) \leq 42 \cdot 20 \Rightarrow 4 \cdot \frac{\cancel{20} \cdot 21}{2} \leq 42 \cdot \cancel{20}$
$\Leftrightarrow 84 \leq 84\ A \Rightarrow se\ poate\ doar\ daca\ toate\ ilegalitățile\ sunt\ egalități \Rightarrow$
$a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = a_2 + a_3 + a_4 + a_5 \Rightarrow a_1 = a_5\ , fals$
$\Rightarrow cel\ puțin\ 4\ nr. consecutive\ de\ pe\ cerc\ au\ suma\ mai\ mare\ decât\ 42$

4) *a) Considerăm cutiile:*

$C_1 = \{1,3\};\ C_2 = \{2,7\};\ C_3 = \{4,5\};\ C_4 = \{6,19,30\};$
$C_5 = \{8,17\};\ C_6 = \{9,16\};\ C_7 = \{10,15\};\ C_8 = \{11,14\};$
$C_9 = \{12,13\};\ C_{10} = \{18,31\};\ C_{11} = \{20,29\};\ C_{12} = \{21,28\}$
$C_{13} = \{22,27\};\ C_{14} = \{23,26\};\ C_{15} = \{24,25\}$

Dacă avem 16 numere puse în 15 cutii ⇒ din principiul cutiei vor fi două în aceeași cutie, cu suma lor un pătrat perfect.

b) Dacă mulțimea Mare 15 elemente ⇒ din fiecare cutie trebuie să alegem un singur număr căci altfel problema este rezolvată.

b) *Presupunem că* $14 \in T \Rightarrow 2, 11, 22 \notin T \Rightarrow 7, 27 \in T \Rightarrow 9, 18, 29 \notin T \Rightarrow 16, 31, 20 \in T$
Dar $20 + 16 = 36$ *pătrat perfect* ⇒*problema rezolvată.*

a) *Presupunem că* $14 \notin T \Rightarrow 11 \in T \Rightarrow 5, 14, 25 \notin T$
$\Rightarrow 4, 24 \in T \Rightarrow 1, 12, 21 \notin T \Rightarrow 3, 13, 28 \in T$
Dar $3 + 13 = 16$ *pătrat perfect* ⇒ *problema rezolvată.*

b) $M = \{1, 5, 10, 12, 14, 16, 17, 18, 21, 23, 25, 27, 29, 30\}$