Scoala Gimnaziala nr. 97
Bucuresti, sector 4

Concurs MATE

Turneul Olimpicilor

Clasa a V/-a

23 Mai 2015

1) Să se determine numerele prime p astfel încât $p^3 + p^2 + 11p + 2$ să fie prim.

2) Se consideră mulţimea

A={-2015, -2014, -2013,.....-2, -1, 0, 1, 2,......, 2013, 2014, 2015}. Spunem că mulţimea $M \subset A$ are proprietatea (S) dacă există $x, y, z \in M$ distincte, astfel încât $x+y+z = 0$.

a) Să se dea un exemplu de mulţime $M \subset A$ cu 2016 elemente care nu are proprietatea (S).

b) Să se arate că orice submulţime M a lui A având 2017 elemente are proprietatea (S) în fiecare din situaţiile: i) $0 \in M$

ii) Cel mai mic element strict pozitiv din M este mai mic decât modulul celui mai mare element negativ din M.

3) În triunghiul ABC, $m(\angle B)=42^0$, $m(\angle C)=27^0$. Fie punctul P situat pe bisectoarea BB' a triunghiului ABC astfel încât $m(\angle ACP) = 2\, m(\angle BCP)$. Calculaţi $m(\angle APB)$.

4) Andrei a desenat pe o foaie de hârtie n puncte şi toate segmentele determinate de cele n puncte. El a colorat cu roşu sau albastru segmentele obţinute. Studiind figura realizată a constatat următoarele:

a) Orice 3 puncte determină un triunghi.

b) Există doar două tipuri de triunghiuri: triunghiuri monocolore care au toate laturile colorate cu roşu şi triunghiuri bicolore care au două laturi albastre şi una roşie .

c) Numărul segmentelor albastre este egal cu 15.

Determinaţi valoarea lui n.

Timp de lucru : 3 ore. Fiecare problemă se punctează corespunzator de la 0 la 7 puncte.