Scoala Gimnaziala nr. 97
Bucuresti, sector 4

Concurs MATE

Turneul Olimpicilor

Clasa a VI-a

13 Mai 2023

1. a. Determinați trei numere naturale distincte a, b, c cu proprietatea că: $\frac{3}{7}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}$

   b. Există a și b numere naturale cu proprietatea că $\frac{3}{7}=\frac{1}{a}+\frac{1}{b}$? Justificați răspunsul dat.

2. Considerăm mulțimea $M = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7\}$.

Pentru o submulțime nevidă A a mulțimii M definim suma ei alternată $S(A)$ astfel:

- scriem elementele submulțimii A în ordine descrescătoare punem alternativ - și + începând de la cel mai mare număr al ei. (De exemplu dacă $A = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ atunci $S(A) = 6 - 5 + 4 - 3 + 1 = 3$ iar dacă $A = \{5\}$ atunci $S(A)=5$).

   a. Determinați toate submulțimile $A \subseteq M$ cu proprietatea că $S(A) = 2$.

   b. Determinați suma tuturor sumelor alternate $S(A)$ cu $A \subseteq M$.

3. Demonstrați că din orice 10 numere naturale consecutive putem alege unul, care să fie prim cu toate celelalte 9.

4. Fie triunghiul ABC cu $m(\angle A) = 60^0$. Punctele M, N, P sunt situate pe laturile BC, AC și respectiv AB astfel încât BP=PM=MN=NC.

Dacă AN=2AP, determinați măsurile unghiurilor triunghiului ABC.

Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.
Fiecare problemă se punctează corespunzator de la 0 la 7 puncte.
Timp de lucru : 3 ore.