



*Clasa a VII-a*      *25 Mai 2024*

1. Pe o tablă sunt scrise 97 de numere întregi consecutive, cele negative fiind mai puține decât cele pozitive nenule. Bogdan calculează media aritmetică a numerelor scrise pe tablă iar Cristi calculează media aritmetică a numerelor nenegative scrise pe tablă. Aflați cele 97 de numere știind că numărul obținut de Cristi este cu 10 mai mare decât cel obținut de Bogdan.
2. Fie  $a, b, c$  trei numere rationale nenule astfel încât  $a + \frac{1}{b} = b + \frac{1}{c} = 1$ .
  - a) Demonstrați că  $c + \frac{1}{a} = 1$ .
  - b) Determinați toate tripletele  $(a, b, c)$  de numere rationale care respectă cerința știind că două dintre cele trei numere sunt întregi.
3. a) Scrieți divizorii naturali ai numărului 2024.  
 Un număr prim  $p$  se numește 2024 – *simpatic* dacă cei 16 divizori naturali ai numărului 2024 se pot scrie într-un patrat 4x4 astfel încât suma numerelor de pe fiecare linie și de pe fiecare coloană să fie divizibilă cu  $p$ .  
 b) Arătați că numărul 5 este 2024 – *simpatic*. c) Determinați toate numerele prime  $p$  care sunt 2024 – *simpatic*.
4. Fie triunghiul  $\Delta ABC$ ,  $m(\angle A) = 60^\circ$ ,  $AB \neq AC$ . Dacă  $(AD)$  este bisectoarea  $\hat{A}$ ,  $D \in (BC)$  și  $AE \perp AD$ ,  $E \in BC$ , determinați măsurile unghiurilor triunghiului  $\Delta ABC$  știind că  $AB + AC = BE$ .

Pe foaia de concurs se trec rezolvările complete.  
 Fiecare problemă se punctează corespunzător de la 0 la 7 puncte.  
 Timp de lucru: 3 ore